

Математическая модель ячейки SOT-MRAM цилиндрической формы

Н.В. Островская, В.А. Скиданов, Ю.А. Юсипова

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, г. Москва, ost@ippm.ru

Аннотация — Рассмотрена математическая модель ячейки цилиндрической формы магнитной памяти произвольного доступа на основе спинового эффекта Холла. В приближении однородного намагничивания построена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику намагниченности в свободном ферромагнитном слое ячейки. Проведен ее качественный анализ.

Ключевые слова — трехслойная структура, магнитная память произвольного доступа, спин-орбитальный вращательный момент, спиновый эффект Холла, свободный ферромагнитный слой, уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта, динамическая система.

I. ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих наших работах детально рассматривалась модель ячейки магнитной памяти свободного доступа (MRAM) квадратного сечения, которая наиболее удобна для анализа и выявления основных закономерностей ее функционирования [1–12]. Рассмотрение велось в рамках модели равномерного распределения намагниченности по сечению ячейки. Однако вблизи границ и угловых точек элемента, даже в случае его малых размеров, предположение о равномерном распределении намагниченности по сечению не выполняется. Возникает вопрос, как минимизировать влияние неоднородности распределения намагниченности на работу MRAM? В [16–17] был предложен элемент MRAM, в котором влияние границ было ослаблено специальным выбором формы активного ферромагнитного слоя элемента, а именно эллиптической. Построение системы дифференциальных уравнений для описания динамики вектора намагниченности в таком элементе почти полностью совпадает с построением системы для элемента с квадратным сечением, проведенном в работах [1–12], но разница заключается в выражении для эффективного магнитного поля размагничивания. В нормированном виде эта часть эффективного поля может быть записана как $\mathbf{h}_f^{\text{eff}} = -\hat{\mathbf{q}}\mathbf{m}$, где \mathbf{q} — тензор форм-фактора. Как сообщается в [14,15] со ссылкой на работу Осборна [13], в случае одноосной анизотропии форму активного слоя можно рассматривать как эллипсоид вращения вокруг оси анизотропии для сечения вытянутой формы и как сплюснутый эллипсоид вращения вокруг вертикальной оси для сечения, близкого к форме круга. В данной работе,

следуя [15], форму эллипсоида вращения будем характеризовать отношением длины оси вращения к длине одной из остальных осей. Если ориентация оси анизотропии совпадает с ориентацией одной из осей эллипсоида, то тензор $\hat{\mathbf{q}}$ имеет ненулевые компоненты q_x, q_y, q_z только на главной диагонали. Эти компоненты удовлетворяют соотношению $q_x + q_y + q_z = 1$. Для эллипсоида вращения два компонента равны между собой, третий может быть получен из приведенного ниже соотношения. Согласно [13,14], возможны следующие два случая:

A. Вытянутый эллипсоид вращения ($k_0 = R_x / R_z > 1$)

Для вытянутого эллипсоида в нашей геометрии осью вращения является ось X. Как показано в [13], компоненты тензора размагничивания в этом случае равны

$$q_x = q = \frac{1}{k_0^2 - 1} \left(\frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - 1}} \operatorname{arch} k_0 - 1 \right), \quad q_y = q_z = \frac{1}{2}(1 - q).$$

Значит

$$\mathbf{h}_f^{\text{eff}} = -\hat{\mathbf{q}}\mathbf{m} = -q_x m_x \mathbf{e}_x - q_y m_y \mathbf{e}_y - q_z m_z \mathbf{e}_z = -q m_x \mathbf{e}_x - \frac{1}{2}(1 - q) m_y \mathbf{e}_y - \frac{1}{2}(1 - q) m_z \mathbf{e}_z. \quad (1)$$

B. Сплюснутый эллипсоид вращения ($k_0 = R_x / R_z < 1$)

В этом случае осью вращения эллипсоида является ось Z. В этом случае компоненты тензора размагничивания будут равны

$$q_z = q = \frac{1}{1 - k_0^2} \left(1 - \frac{k_0}{\sqrt{1 - k_0^2}} \arccos k_0 \right), \\ q_x = q_y = \frac{1}{2}(1 - q),$$

Размагничивающее поле имеет вид

$$\mathbf{h}_f^{\text{eff}} = -\hat{\mathbf{q}}\mathbf{m} = -q_x m_x \mathbf{e}_x - q_y m_y \mathbf{e}_y - q_z m_z \mathbf{e}_z = -\frac{1}{2}(1 - q) m_x \mathbf{e}_x - \frac{1}{2}(1 - q) m_y \mathbf{e}_y - q m_z \mathbf{e}_z. \quad (2)$$

При $d_z = 5$ нм и $d_x = 100$ нм — т.е. при размерах поперечного сечения, использованных в наших

предыдущих работах [1–12], — отношение $k_0 = d_z / d_x = 0.05$. Величина q_z при этом будет равна 0.926, $q_x = q_y = 0.037$, то есть в случае малого k_0 результаты будут мало отличаться от тех, что были получены для элемента с квадратным сечением. Более заметные различия возникают для наностолбиков меньших размеров в поперечнике, т.е. примерно начиная с $k_0 \cong 0.1$ и выше.

II. МОДЕЛЬ

Чтобы иметь возможность выявить то новое, что несет с собой изменение геометрии модели, в данной работе рассматривается элемент памяти, близкий по конструкции элементу из работы [12]. Зарядовый ток протекает по шине НМ из тяжелого металла с сильным спин-орбитальным взаимодействием (обычно это металлы платиновой группы Ru, Rh, Pd, Os, Ir, Pt). Механизм, лежащий в основе работы ячейки — спиновый эффект Холла (см. [12, 21]). Ось анизотропии ферромагнитного активного слоя ориентирована вдоль направления протекания зарядового тока, внешнее поле \mathbf{H}^{app} направлено также вдоль оси анизотропии. Его ориентация и направление протекания зарядового тока определяют запись «нуля» или «единицы» в ячейку памяти.

Основным уравнением для описания динамики вектора намагниченности свободного слоя служит уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -|\gamma| \mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \mathbf{T}_{SOT}, \quad (3)$$

где \mathbf{M} — вектор намагниченности активного слоя ячейки памяти, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ — магнитная проницаемость вакуума, γ — гиромангнитное отношение: $\gamma = g \mu_B / \hbar = 0.28025 \cdot 10^{11} \text{ T}^{-1} \text{ s}^{-1}$, α — безразмерный коэффициент диссипации, M_s — намагниченность насыщения, \mathbf{H}_{eff} — эффективное магнитное поле, отражающее те виды физических взаимодействий, которые учтены в модели. В данном случае

$$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_f + \mathbf{H}_a, \quad (4)$$

где $\mathbf{H} = h \mathbf{e}_x$ — внешнее магнитное поле, $\mathbf{H}_f = -q \mathbf{M}$ — эффективное поле размагничивания, $\mathbf{H}_a = 2K_a \mathbf{e}_x$ — эффективное поле магнитной анизотропии. Последнее слагаемое в уравнении (1) — вращательный магнитный момент (торк), воздействующий на намагниченность свободного слоя со стороны спин-поляризованного тока Холла. Магнитное поле обменного взаимодействия будем считать пренебрежимо малым (приближение однородного намагничивания). Момент силы, действующей на намагниченность в свободном слое, может быть разложен на три составляющих. Одна из этих составляющих совпадает с направлением

намагниченности, т.е. создает нулевой вращательный момент, две другие взаимно ортогональны и записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{SOT} &= \mathbf{T}_{FL} + \mathbf{T}_{DL} = \\ &= |\gamma \mu_0| j \theta_{SH} \chi_{DL} [\mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{e}_y]] + \\ &+ |\gamma \mu_0| j \theta_{SH} \chi_{FL} M_s [\mathbf{M} \times \mathbf{e}_y], \end{aligned}$$

где нормированная плотность зарядового тока равна $j = J / J_{norm} = J g \hbar / |e| \mu_0 M_s^2$, θ_{SH} — угол спинового эффекта Холла, $\theta_{SH} = j_s / j_c$, характеризующий отношение плотности вертикального спинового тока к плотности горизонтального зарядового тока, χ_{DL} , χ_{FL} — эффективность спинового эффекта Холла для каждой компоненты вращательного момента. Некоторые известные значения этих параметров из работы [21] приводятся в табл. 1. В наших расчетах мы положили $b = \theta_{SH} \chi_{DL} = \theta_{SH} \chi_{FL} = 0.4$.

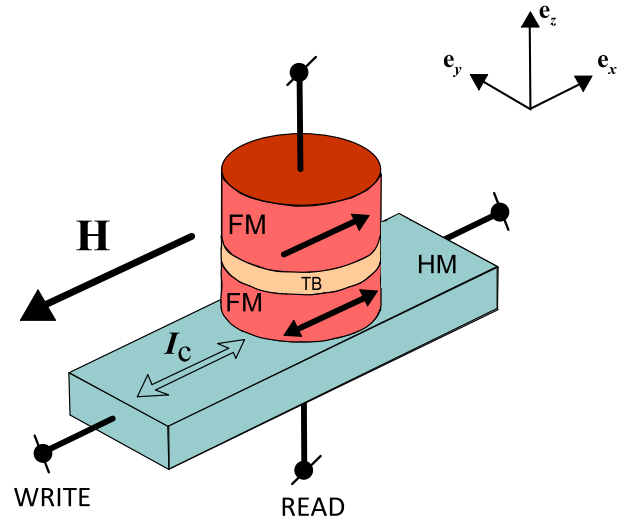


Рис. 1. SOT-MRAM цилиндрической формы: FM — ферромагнетик, TB — туннельный барьер, HM — тяжелый металл, \mathbf{H} — внешнее магнитное поле, J_c — зарядовый ток

Таблица 1

Угол и коэффициенты эффективности эффекта Холла

Система	θ_{SH}	χ_{DL}	χ_{FL}
Ta/CoFeB/MgO	-0.06	3.2	-2.1
Ta/CoFeB/MgO	-0.11	4.4	-19.4
Ta/CoFeB/MgO	-0.05	2.0	-3.3
Pt/Co/AlO _x	0.13	-6.9	4
Pt/CoFe/MgO	0.064	-5	2
Pt/Co/MgO	0.11	-4.5	1

III. ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

После нормировки уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}] + \alpha \left[\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} \right] + \mathbf{t}, \quad (5)$$

где $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}}/M_s$, $\mathbf{t} = \mathbf{T}/\gamma\mu_0 M_s^2$, $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$, $|\mathbf{m}| = 1$, время $\tilde{\tau}$ измеряется в единицах $(\gamma\mu_0 M_s)^{-1}$. Здесь $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}_{\text{app}} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_f$. В случае внешнего поля \mathbf{h}_{app} , направленного вдоль оси ОХ (рис. 1), первое слагаемое имеет вид $\mathbf{h}_{\text{app}} = h\mathbf{e}_x$. Эффективное поле анизотропии в данной модели также ориентировано вдоль ОХ [14]

$$\mathbf{h}_a = k(\mathbf{m}, \mathbf{e}_x)\mathbf{e}_x = km_x \mathbf{e}_x,$$

где $k = 2K_a\mu_0^{-1}M_s^{-2}$, K_a — константа магнитной анизотропии. Поле размагничивания \mathbf{h}_f определяется соотношением $\mathbf{h}_f = -\hat{\mathbf{q}}\mathbf{m}$, где тензор $\hat{\mathbf{q}}$ — форм-фактор размагничивания. В итоге, эффективное магнитное поле имеет следующий вид:

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}_{\text{app}} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_f = \left(h + km_x - \frac{1}{2}(1-q)m_x \right) \mathbf{e}_x - \frac{1}{2}(1-q)m_y \mathbf{e}_y - qm_z \mathbf{e}_z.$$

С учетом эффективного магнитного поля, создаваемого спин-поляризованным током Холла, новое эффективное поле будет равно

$$\mathbf{f} = \mathbf{h}_{\text{eff}} - b\mathbf{j}\mathbf{m} \times \mathbf{e}_y - b\mathbf{j}\mathbf{e}_y = (h + km_x - cm_x + bjm_z)\mathbf{e}_x - (bj + cm_y)\mathbf{e}_y + (-bjm_x - qm_z)\mathbf{e}_z,$$

где $c = (1-q)/2$, $q = 1 - 2c$.

Разрешение уравнения (5) относительно временных производных приводит к нелинейной автономной динамической системе

$$\begin{aligned} dm_x/d\tau &= \tilde{P}(m_x, m_y, m_z) = (m_z f_y - m_y f_z) + af_x - am_x L, \\ dm_y/d\tau &= \tilde{Q}(m_x, m_y, m_z) = (m_x f_z - m_z f_x) + af_y - am_y L, \\ dm_z/d\tau &= \tilde{S}(m_x, m_y, m_z) = (m_y f_x - m_x f_y) + af_z - am_z L, \end{aligned}$$

где $L = (\mathbf{m}, \mathbf{f}) = hm_x - m_y bj + km_x^2 + (3c-1)m_z^2 - c$.

Таким образом, в координатной записи уравнение (5) примет вид

$$\begin{aligned} dm_x/d\tau &= ah + akm_x - (1-a)bjm_z + (1+a)bjm_x m_y + \\ &+ (1-3c)m_z m_y - ahm_x^2 + a(1-3c)m_x m_z^2 - akm_x^3, \\ dm_y/d\tau &= -hm_z - (k+1+3c)m_x m_z - ahm_x m_y - \\ &- (1+a)bj(1-m_y^2) + a(1-3c)m_y m_z^2 - akm_y m_x^2, \\ dm_z/d\tau &= (1-a)bjm_x + hm_y - a(1-3c)m_z + km_x m_y - \\ &- ahm_x m_z + (a+1)bjm_y m_z - akm_x^2 m_z + a(1-3c)m_z^3. \end{aligned} \quad (6)$$

Как и в предыдущих работах [1–12], первым шагом к анализу динамической системы (6) является определение числа особых точек системы. Исключая

из (6) переменные m_y, m_z , получаем следующее полиномиальное уравнение относительно переменной m_x :

$$\sum_{i=0}^6 A_{6-i} m_x^{6-i} = 0, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A_6 &= (k-d)^2(b^2 j^2 + kd)^2, \\ A_5 &= 2h(k-d)(b^2 j^2 + kd)(b^2 j^2 + 2kd - d^2), \\ A_4 &= h^2 \left[b^4 j^4 + 2d(3k-2d)b^2 j^2 + d^4 - 6kd^3 + 6k^2 d^2 \right] - \\ &- d(k-d) \left[-4b^4 j^4 + (2k-d)(k-d)b^2 j^2 + k^2 d(k-d) \right], \\ A_3 &= 2d(b^2 j^2 - d^2 + 2kd)h^3 - 2dh \times \\ &\times \left[-2b^4 j^4 + (3k-2d)(k-d)b^2 j^2 + kd(2k-d)(k-d) \right], \\ A_2 &= d^2 h^4 - d \left[(6k-5d)b^2 j^2 + d^3 - 6kd^2 + 6k^2 d \right] h^2 + \\ &+ 4b^6 j^6 - (k-d)^2 b^4 j^4 + k^2 d^2 b^2 j^2, \\ A_1 &= 2d \left[d^2 - 2kd - b^2 j^2 \right] h^3 + \\ &+ 2 \left[-(k-d)b^4 j^4 + kd^2 b^2 j^2 \right] h, \\ A_0 &= -d^2 h^4 + (-b^4 j^4 + d^2 b^2 j^2) h^2, \\ &(d = 3c - 1 = (1-3q)/2). \end{aligned}$$

Координаты m_z, m_y можно найти из следующих соотношений:

$$m_z = r_2 / r_1, \quad m_y = r_4 / r_3,$$

где

$$\begin{aligned} r_1 &= (d^2 - b^2 j^2)(d-k)m_x^3 - h(d^2 - b^2 j^2)m_x^2 - \\ &- b^2 j^2(d+k)m_x - hb^2 j^2, \\ r_2 &= -bj(d^2 - k^2)m_x^4 + 2hkbjm_x^3 + \\ &+ bj(h^2 - k^2 + 2b^2 j^2)m_x^2 - 2hkbjm_x - h^2 bj, \\ r_3 &= (a+1)bjm_x - dm_z, \\ r_4 &= akm_x^3 + ahm_x^2 + a(dm_z^2 - k)m_x + bj(1-a)m_z - ah. \end{aligned}$$

Очевидно, что m_x, m_y, m_z должны удовлетворять условию $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$.

На рис. 2 изображены бифуркационные диаграммы для спинового вентиля на основе кобальта для круглого (рис.2а,г) и квадратного (рис. 2б,д) поперечных сечений для двух коэффициентов k_0 , рассчитанные в программной среде MATLAB.

При $h = 0$ и $j = 0$ система уравнений (6) имеет шесть особых точек: два устойчивых фокуса (УФ) $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$, два неустойчивых фокуса (НФ) $T_{3,4}(0, 0, \pm 1)$ и два седла (С) $T_{5,6}(0, \pm 1, 0)$.

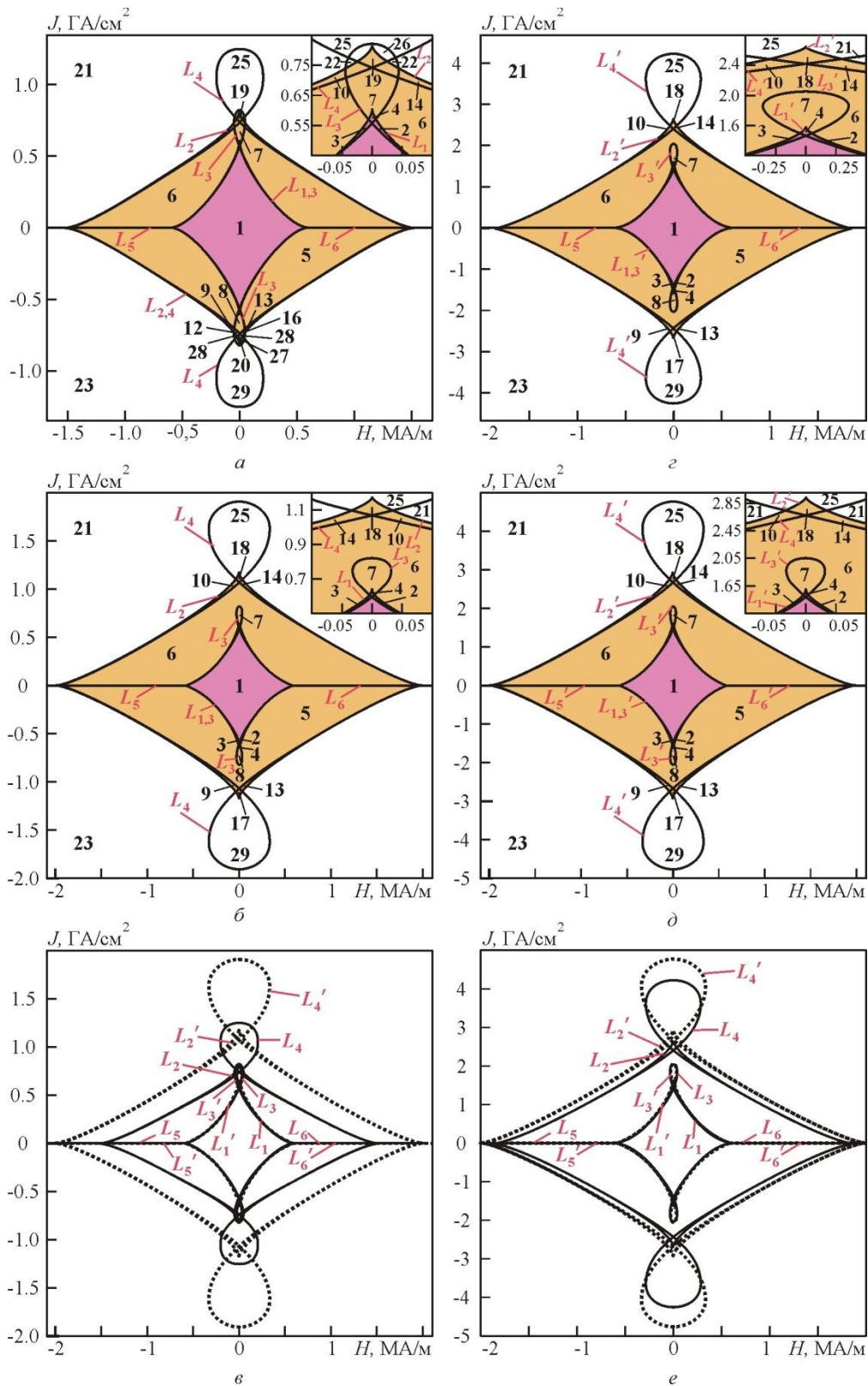


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы для спинового вентиля на основе кобальта: а — круглое поперечное сечение $R_z = 1$ нм, $R_x = 5,5$ нм; б — квадратное поперечное сечение $d_z = 2$ нм, $d_x = 11$ нм; в — наложения диаграмм для ячеек круглого и квадратного поперечного сечения ($R_z = 1$ нм, $R_x = 5,5$ нм, $d_z = 2$ нм, $d_x = 11$ нм); г — круглое поперечное сечение $R_z = 2,5$ нм, $R_x = 50$ нм, д — квадратное поперечное сечение $d_z = 5$ нм, $d_x = 100$ нм; е — наложения диаграмм для ячеек круглого и квадратного поперечного сечения ($R_z = 2,5$ нм, $R_x = 50$ нм, $d_z = 5$ нм, $d_x = 100$ нм)

Линия L_1 ограничивает области существования точек T_1 и T_2 (обл. 1–4). Положения равновесия T_3 и T_4 существуют в областях 5–20, ограниченных линией L_2 . В пределах ромбовидной области L_1 линия L_3 отделяет области 2–4, где точки T_1 и/или T_2 имеют тип устойчивый узел (УУ), а за ее пределами — ограничивает области 7, 8, 11, 12, 15, 16, 19, 20, 22, 26–28, где точки T_5 и/или T_6 принимают тип УУ. Аналогично, линия L_4 , в пределах ромбовидной области L_2 , ограничивает области 9–20, где особые точки T_3 и/или T_4 имеют тип неустойчивый узел (НУ), а вне ее — отделяет области 25–27, где точка T_5 и/или T_6 принимают тип НУ. Линии бифуркации L_5 и L_6 , исходяют соответственно из левой и правой вершины ромбовидной области и совпадают с осью H . В областях ниже L_5 и L_6 приобретает устойчивость точка T_6 (обл. 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 21, 22, 25, 26), а в областях выше L_5 и L_6 устойчивой является точка T_5 (обл. 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 20, 23, 24, 27, 28). Линии, маркированные штрихом на бифуркационных диаграммах, для квадратного поперечного сечения соответствуют аналогичным линиям без штриха на диаграммах для круглого поперечного сечения.

Таблица 2

Соответствие между номерами областей и типами точек

Номер области	Тип особых точек					
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
1	УФ	УФ	НФ	НФ	С	С
2	УФ	УУ	НФ	НФ	С	С
3	УУ	УФ	НФ	НФ	С	С
4	УУ	УУ	НФ	НФ	С	С
5	-	-	НФ	НФ	УФ	С
6	-	-	НФ	НФ	С	УФ
7	-	-	НФ	НФ	С	УУ
8	-	-	НФ	НФ	УУ	С
9	-	-	НФ	НУ	УФ	С
10	-	-	НФ	НУ	С	УФ
11	-	-	НФ	НУ	С	УУ
12	-	-	НФ	НУ	УУ	С
13	-	-	НУ	НФ	УФ	С
14	-	-	НУ	НФ	С	УФ
15	-	-	НУ	НФ	С	УУ
16	-	-	НУ	НФ	УУ	С
17	-	-	НУ	НУ	УФ	С
18	-	-	НУ	НУ	С	УФ
19	-	-	НУ	НУ	С	УУ
20	-	-	НУ	НУ	УУ	С
21	-	-	-	-	НФ	УФ
22	-	-	-	-	НФ	УУ
23	-	-	-	-	УФ	НФ
24	-	-	-	-	УФ	НУ
25	-	-	-	-	НУ	УФ
26	-	-	-	-	НУ	УУ
27	-	-	-	-	УУ	НУ
28	-	-	-	-	УУ	НФ

Соответствие между номерами областей на рис. 2 и типами точек, существующих в этих областях представлено в Таблице 2.

На рис. 2в,е бифуркационные диаграммы ячейки квадратного и круглого сечения для сравнения совмещены на одном графике. Пунктирные линии отвечают ячейке квадратного сечения, сплошные линии — круглого. Отметим, что при малой величине k_0 отношения диаметров эллипсоида вращения, как и ожидалось, отличия диаграмм незначительны (рис. 2е $k_0 = 0.05$). В случае же близких величин диаметров, как видно из рис. 2в, ($k_0 \approx 0.2$), разница более существенна.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были продолжены исследования элементов современной магнитной памяти свободного доступа методами качественного анализа динамических систем. Показано, что методика построения математической модели элемента памяти с квадратным поперечным сечением хорошо работает и в случае элемента цилиндрической формы, причем рассчитанные по этой методике критические токи переключения элемента цилиндрической формы ниже, чем для элемента квадратного сечения. Представляет интерес распространить эту методику для анализа элементов памяти X- и Y-конфигураций, обсуждаемых в текущей литературе по спинтронике [18–21].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ostrovskaya N.V., Polyakova V.V., Popkov A.F. Numerical simulations of current-driven magnetization dynamics in three-layered magnetic structures // Journal of Physics: Conference Series. 2010. V. 2000. P. 072073-1 – 072073-4.
- [2] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Bifurcations in the dynamical system for three-layered magnetic valve // Solid State Phenomena. 2015. V. 233–234. P. 431–434.
- [3] Островская Н.В., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Классификация динамических режимов переключения намагниченности в трехслойной ферромагнитной структуре в зависимости от спин-поляризованного тока инжекции и внешнего магнитного поля–I. Продольная анизотропия // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8. №4. С. 605–620.
- [4] Островская Н.В., Скиданов В.А., Скворцов М.С. Классификация динамических режимов переключения намагниченности в трехслойной ферромагнитной структуре в зависимости от спин-поляризованного тока инжекции и внешнего магнитного поля–II. Перпендикулярная анизотропия // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8. №5. С. 755–764.
- [5] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A., and Skvortsov M.S. Bifurcation analysis of the dynamical system for a three-layered valve with the perpendicular anisotropy // European Physical Journal Web of Conferences, 2018. V. 185. P. 01008-1 – 01008-5.
- [6] Ostrovskaya N. V., Iusipova Iu. A. // Qualitative Theory of Dynamical Systems for Control of Magnetic Memory Elements, Physics of Metals and Metallography. 2019. V. 120. N. 13. P. 1291–1298.

- [7] Островская Н.В., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Особенности переключения намагниченности в ячейках памяти MRAM с планарной анизотропией // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС). 2016. № 4. С. 199-206.
- [8] Островская Н.В., Скиданов В.А., Скворцов М.С. Особенности переключения намагниченности в ячейках памяти MRAM с перпендикулярной анизотропией // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС). 2016. № 4. С. 230-236.
- [9] Островская Н.В., Скворцов М.С., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Моделирование динамики намагниченности в трехслойных ферромагнитных структурах с закрепленной границей // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем. 2018. № 3. С. 167-172.
- [10] Островская Н.В., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Динамика намагниченности свободного слоя спинового вентилия при воздействии магнитных полей, перпендикулярных и параллельных плоскости слоев // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем. 2018. № 3. С. 173-180.
- [11] Островская Н.В., Скиданов В.А. Влияние полевой компоненты магнитного момента, обусловленного спин-поляризованным током инжекции, на динамику намагниченности в тонкопленочной трехслойной наноструктуре // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС). 2020. № 3. С. 127-132.
- [12] Островская Н.В., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Математическая модель элемента SOT-MRAM на основе спинового эффекта Холла // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем (МЭС). 2021. № 2. С. 2-8.
- [13] Osborn J.A. Demagnetizing factors of the general ellipsoid // Physical Review. 1945. V.67. P. 351–357.
- [14] Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967, 368 с.
- [15] Skomski R. Simple models of magnetism. Oxford University Press, 2012. 360 p.
- [16] Shi J., Zhu T., Tehrani S.N. United States Patent US 5757695 A. 26.05.1998.
- [17] Prejbeanu I.L. United States Patent US 8064245 B2. 22.11.2011.
- [18] B. Dieny, I. L. Prejbeanu, K. Garello et al. Opportunities and challenges for spintronics in the microelectronics industry // Nature electronics. 2020. V. 3. P. 446 – 459.
- [19] Hellman F., Hoffmann A., Tserkovnyak Y, Beach G.S.D., Fullerton E.E., et al. Interface-induced phenomena in magnetism // Review of modern physics. 2017. V. 89. № 2. P. 025006-1 – 025006-79.
- [20] Pai CF., Liu L., Li Y., et al. Spin transfer torque devices utilizing the giant spin Hall effect of tungsten // Applied Physics Letters, 2012. V. 101, P. 122404-1 – 122404-4.
- [21] Song C., Zhang R., Liao L., et al. Spin-orbit torques: materials, mechanisms, performances, and potential applications // Progress in Materials Science. 2021. V. 118. P. 100761-1 – 100761-160.

Mathematical Model of a Cylindrical SOT-MRAM Cell

N.V. Ostrovskaya, V.A. Skidanov, Iu.A. Iusipova

Institute for Design Problems in Microelectronics, Russian Academy of Sciences, Moscow,
ost@ippm.ru

Abstract — In previous works, we considered in detail the model of a free-access magnetic memory cell (MRAM) of a square section, which is most convenient for analyzing and identifying the main patterns of its functioning [Ost-YuYu]. The consideration was carried out within the framework of the model of uniform distribution of magnetization over the cell cross section. However, near the boundaries and corner points of the element, even in the case of its small size, the assumption of a uniform distribution of magnetization over the cross section is not fulfilled. The question arises, how to minimize the influence of the inhomogeneity of the magnetization distribution on the operation of MRAM? In foreign works, an MRAM element was proposed, in which the influence of boundaries was weakened by a special choice of the shape of the active ferromagnetic layer of the element, namely, elliptical. The construction of a system of differential equations for describing the dynamics of the magnetization vector in such an element almost completely coincides with the construction of a system for an element with a square section, carried out in our works, but the difference lies in the expression for the effective magnetic demagnetization field. As reported in the work of J. Osborn [13], in the case of

uniaxial anisotropy, the shape of the active layer can be considered as an ellipsoid of revolution around the anisotropy axis in the case of an elongated section, or as an oblate ellipsoid of revolution around the vertical axis for a section close to the shape of a circle. In this paper, we consider a mathematical model of a cylindrical magnetic random access memory cell based on the spin Hall effect with a free ferromagnetic layer in the form of an oblate ellipsoid. In the approximation of uniform magnetization, a system of differential equations is constructed that describes the dynamics of magnetization in the free ferromagnetic layer of the cell. Its analysis was carried out and the values of the “field–current” control parameters were revealed, at which the cell switches from the parallel state to the antiparallel state and vice versa, the corresponding entries in the cell are “zero” or “one”.

Keywords — three-layer structure, magnetic random-access memory, spin-orbit torque, spin Hall effect, free ferromagnetic layer, Landau–Lifshitz–Gilbert equation, dynamical system.

REFERENCES

- [1] Ostrovskaya N.V., Polyakova V.V., Popkov A.F. Numerical simulations of current-driven magnetization dynamics in three-layered magnetic structures // *Journal of Physics: Conference Series*. 2010. V. 2000. P. 072073-1 – 072073-4.
- [2] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Bifurcations in the dynamical system for three-layered magnetic valve // *Solid State Phenomena*. 2015. V. 233–234. P. 431–434.
- [3] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Classification of dynamical switching regimes in a three-layered ferromagnetic nanopillar governed by spin-polarized injection current and external magnetic field I — Longitudinal anisotropy // *Computer Research and Modeling*. 2016. V. 8. N. 4. C. 605–620. (in Russian).
- [4] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Skvortsov M.S. Classification of dynamical switching regimes in a three-layered ferromagnetic nanopillar governed by spin-polarized injection current and external magnetic field II — Perpendicular anisotropy // *Computer Research and Modeling*. 2016. V. 8. N. 5. C. 755–764. (in Russian).
- [5] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A., and Skvortsov M.S. Bifurcation analysis of the dynamical system for a three-layered valve with the perpendicular anisotropy // *European Physical Journal Web of Conferences*, 2018. V. 185. P. 01008-1 – 01008-5.
- [6] Ostrovskaya N. V., Iusipova Iu. A. // *Qualitative Theory of Dynamical Systems for Control of Magnetic Memory Elements, Physics of Metals and Metallography*. 2019. V. 120. N. 13. P. 1291–1298.
- [7] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Features of magnetization reversal in a MRAM cell — I. In-plane anisotropy // *Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2016. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2016. Part 4. P. 199-206.*
- [8] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Skvortsov M.S. Features of magnetization reversal in a MRAM cell — II. Perpendicular anisotropy // *Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2016. Proceedings / edited by A. Stempkovsky, Moscow, IPPM RAS, 2016. Part 4. P. 230-236.*
- [9] Ostrovskaya N.V., Skvortsov M.S., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Simulation of Magnetization Dynamics in Three-layered Ferromagnetic Structures with Pinned Boundaries // *Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2018. Issue 3. P. 167-172.*
- [10] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Dynamics of Magnetization in the Free Layer of a Spin Valve Under the Influence of Magnetic Field, Perpendicular and Parallel to the Layer Plane // *Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2018. Issue 3. P. 173-180.*
- [11] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A. Field-like torque-component influence on the magnetization dynamics in the three-layered nanostructure // *Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2020. Issue 3. P. 127-132.*
- [12] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Mathematical Model of the SOT-MRAM Cell based on the Spin Hall Effect // *Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development - 2021. Issue 2. P. 2-8.*
- [13] Osborn J.A. Demagnetizing factors of the general ellipsoid // *Physical Review*. 1945. V.67. P. 351–357.
- [14] Akhiezer A.I., Baryakhtar V.G., Peletminsky S.V. *Spin Waves*. M.: Nauka, 1967, 368 p.
- [15] Skomski R. *Simple models of magnetism*. Oxford University Press, 2012. 360 p.
- [16] Shi J., Zhu T., Tehrani S.N. United States Patent US 5757695 A. 26.05.1998.
- [17] Prejbeanu I.L. United States Patent US 8064245 B2. 22.11.2011.
- [18] B. Dieny, I. L. Prejbeanu, K. Garello et al. Opportunities and challenges for spintronics in the microelectronics industry // *Nature electronics*. 2020. V. 3. P. 446 – 459.
- [19] Hellman F., Hoffmann A., Tserkovnyak Y, Beach G.S.D., Fullerton E.E., et al. Interface-induced phenomena in magnetism // *Review of modern physics*. 2017. V. 89. № 2. P. 025006-1 – 025006-79.
- [20] Pai CF., Liu L., Li Y., et al. Spin transfer torque devices utilizing the giant spin Hall effect of tungsten // *Applied Physics Letters*, 2012. V. 101, P. 122404-1 – 122404-4.
- [21] Song C., Zhang R., Liao L., et al. Spin-orbit torques: materials, mechanisms, performances, and potential applications // *Progress in Materials Science*. 2021. V. 118. P. 100761-1 – 100761-160.