

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИЗВЕСТИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР
ТЕХНИЧЕСКАЯ
КИБЕРНЕТИКА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА · 1977

МАШИННЫЙ РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ПОДСХЕМ

М. М. ГУРАРИЙ, С. Г. РУСАКОВ

(Москва)

Введение. Постановка задачи. Одной из важных практических задач исследования сложных технических систем, в частности задач автоматизации проектирования больших интегральных схем (БИС), является расширение возможностей программ их моделирования. С этой целью в настоящее время для расчета электрических характеристик БИС в программах с автоматическим составлением уравнений модели начали широко применять метод многополюсных подсхем. Алгоритмы, использующие метод подсхем для машинного расчета сложных нелинейных схем, как правило, базируются на формальных методах решения больших систем линейных уравнений, получаемых линеаризацией на каждом шаге вычислительного процесса основной системы (см., например, [1, 2]). Однако такой подход не учитывает того факта, что на каждом вычислительном шаге разные подсхемы существенно отличаются степенью нелинейности и инерционности. В результате при расчете статических режимов различными модификациями метода Ньютона число необходимых итераций для всех подсхем одинаково и определяется, по существу, подсхемой с наиболее нелинейными характеристиками, а при моделировании динамических режимов величина шага интегрирования для всех переменных системы определяется самой «быстрой» из подсхем. Как правило, в сложной электронной схеме в каждый момент времени скорость протекания процессов в разных узлах очень различна (например, при переключении нескольких триггеров остальные блоки могут находиться в состоянии, близком к статическому). Следовательно, независимое интегрирование систем уравнений каждой подсхемы в соответствии с реальным характером ее работы в большой системе (или независимость для разных подсхем итерационных процессов в случае расчета статических режимов) обеспечило бы значительное снижение вычислительных затрат при моделировании.

Цель настоящей работы — а) показать, что алгоритм, предложенный в [3], является более общим, так как он обеспечивает возможность организации автономных вычислительных процессов для каждой подсхемы и, как следствие, ускорение моделирования в целом, б) получить основные соотношения для моделирования сложных нелинейных схем системами трансцендентных и обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) при разном числе итераций или соответственно шагов интегрирования для различных подсхем.

1. Рассмотрим сначала решение больших систем трансцендентных уравнений вида

$$R(Z) = 0 \quad (1.1)$$

(моделирование статических режимов) методом Ньютона. Здесь Z — вектор переменных состояния схемы. Методы [1, 2] в этом случае предусматрива-

ют при решении системы линейных уравнений

$$(\partial R/\partial Z)\Delta Z^{(h)} = -R(Z^{(h)}) \quad (1.2)$$

последовательное обращение подматриц, соответствующих каждой под-схеме, и исключение внутренних переменных $\Delta Z_{\text{вн}}$ подсхем из системы для полюсных переменных; далее вычисляется поправка $\Delta Z_{\text{п}}$ для полюсных переменных и обратным ходом находятся искомые полные значения $\Delta Z_{\text{вн}}$ для переменных всех подсхем. Проведение обратного хода требует после обращения к подсхеме хранить матрицы коэффициентов влияния полюсных переменных на внутренние, размерностью $n_i \times p_i$, где n_i — число внутренних, а p_i — число внешних для i -й подсхемы переменных.

В настоящей работе предлагается рассматривать задачу расчета сложных нелинейных схем методом подсхем с более общих позиций, а именно: провести разбиение переменных на группы не для системы (1.2), а непосредственно для нелинейной системы (1.1).

Для этого разложим вектор независимых переменных Z системы (1.1) на составляющие векторы полюсных (внешних относительно подсхем) переменных Y и внутренних переменных X . Работа всей схемы моделируется в этом случае системой трансцендентных уравнений относительно вектора Y :

$$F(Y) = 0, \quad (1.3)$$

а i -й подсхемы — системой трансцендентных уравнений

$$G_i(X_i, y_i) = 0 \quad (i=1, \dots, n), \quad (1.4)$$

где вектор y_i — компонента Y и входит в (1.4) в качестве параметра. Необходимые при решении (1.3) методом Ньютона матрицы F и $\partial F/\partial Y$ линейной системы

$$(\partial F/\partial Y)\Delta Y^{(h)} = -F(Y^{(h)}) \quad (1.5)$$

формируются по окончании итерационного процесса решения (1.4) для каждой подсхемы. Вектор F определяется по полюсным токам I_i (при использовании метода узловых потенциалов) каждой подсхемы, а для определения соответствующих i -й подсхеме компонент матрицы $\partial F/\partial X$ решается система линейных уравнений

$$(\partial G_i/\partial X_i)(\partial X_i/\partial y_i) + \partial G_i/\partial y_i = 0 \quad (1.6)$$

относительно $\partial X_i/\partial y_i$, после чего искомые компоненты определяются выражением

$$dI_i/dy_i = (\partial I_i/\partial X_i)(\partial X_i/\partial y_i) + \partial I_i/\partial y_i. \quad (1.7)$$

Отметим независимость итерационных процессов расчета каждой подсхемы, причем, если критерием их окончания является норма невязки, число итераций каждой подсхемы различно и определяется степенью нелинейности ее характеристик. Норму невязки для подсхем целесообразно в этом случае задавать в соответствии с ожидаемой нормой невязки на каждом шаге итерационного процесса (1.5) для системы в целом¹. Согласованное уменьшение норм невязки по подсхемам ускоряет решение полной системы (1.1). Сходимость в целом при решении (1.4) на каждом шаге итераций (1.5) не ухудшается. Кроме того, нет необходимости запоминать указанные выше матрицы коэффициентов влияния полюсных переменных на внутренние (эквивалент $\partial X_i/\partial y_i$ в данном случае), что значительно сокращает требуемые объемы памяти. Отметим также, что если проводить только одну итерацию системы (1.4), а после определения из системы

¹ Оценку ожидаемой нормы можно получить, например, экстраполированием по ее значениям на предыдущих шагах.

(1.5) $\Delta Y^{(k)}$ вычислять соответствующую поправку $\Delta X_i^{(k)}$ к общему приращению $\Delta X_i^{(k)}$ на k -м шаге:

$$\Delta X_i^{(k)} = (\partial X_i / \partial y_i) \Delta y_i^{(k)},$$

то получится алгоритм, рассмотренный в [1, 2]. Таким образом, описанный алгоритм решения больших систем трансцендентных уравнений можно рассматривать как более общий по сравнению с [1, 2]. Очевидна возможность его применения на каждом шаге интегрирования неявными методами [4] систем ОДУ с сохранением вычислительных преимуществ.

2. Аналогичный подход обеспечивает при моделировании больших схем во временной области автономность интегрирования ОДУ отдельных подсхем.

Рассмотрим системы ОДУ

$$F(\dot{Y}, Y, t) = 0 \quad (2.1)$$

относительно полюсных переменных Y сложной схемы и

$$G_i(\dot{X}_i, X_i, \dot{y}_i, y_i, t) = 0 \quad (2.2)$$

для описания динамических режимов каждой подсхемы. Здесь, как и для систем (1.3), (1.4), X_i — вектор внутренних переменных подсхемы, y_i — компонента вектора Y , играющая роль полюсных переменных (или внешних источников) i -й подсхемы. Задача заключается в разработке такого алгоритма автоматического формирования и интегрирования (неявным методом) системы (2.1), который позволил бы определять величину шага интегрирования системы (2.2) каждой подсхемы в соответствии с характером переходных процессов именно этой подсхемы.

По аналогии с системами трансцендентных уравнений применим для этого подход, связанный с вычислением коэффициентов влияния внутренних переменных подсхемы по ее полюсным переменным. При интегрировании системы ОДУ (2.1) получившим распространение неявным методом с решением разностных уравнений методом Ньютона [4] на каждом шаге необходимо формировать матрицы $F(Y^{(k)})$ и $[(\partial F / \partial \dot{Y})H^{-1} + \partial F / \partial Y]$, где H — шаг интегрирования переменных Y системы (2.1). Компоненты этих матриц I и $[(\partial I / \partial y)H^{-1} + \partial I / \partial y]$ определяются в результате вычислений для каждой подсхемы, аналогичных статическому случаю.

Так, необходимые производные находятся аналогично (1.7):

$$\left[\frac{dI}{dj} \frac{1}{H} + \frac{dI}{dy} \right] = \left[\frac{\partial I}{\partial \dot{X}} \frac{1}{H} + \frac{\partial I}{\partial X} \right] \left[\frac{\partial X}{\partial \dot{y}} \frac{1}{H} + \frac{\partial X}{\partial y} \right] + \left[\frac{\partial I}{\partial \dot{y}} \frac{1}{H} + \frac{\partial I}{\partial y} \right], \quad (2.3)$$

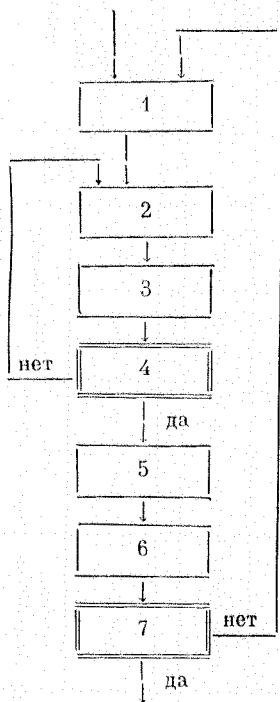
а требуемая для этого матрица $[(\partial X / \partial \dot{y})H^{-1} + \partial X / \partial y]$ — из решения уравнений в вариациях на отрезке $[t^k, t^k + H]$ (индекс i -й подсхемы в (2.3) и (2.4) для упрощения опущен):

$$\frac{\partial G}{\partial \dot{X}} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial X}{\partial \dot{y}} \frac{1}{H} + \frac{\partial X}{\partial y} \right] + \frac{\partial G}{\partial X} \left[\frac{\partial X}{\partial \dot{y}} \frac{1}{H} + \frac{\partial X}{\partial y} \right] + \left[\frac{\partial G}{\partial \dot{y}} \frac{1}{H} + \frac{\partial G}{\partial y} \right]. \quad (2.4)$$

Заметим, что интегрирование систем (2.2) и (2.4) осуществляется одновременно, так как при этом используются одинаковые матрицы коэффициентов $\partial G / \partial \dot{X}$ и $\partial G / \partial X$, чем обеспечивается вычисление нужных производных практически без дополнительных вычислительных затрат. В данном случае в системе (2.2) в роли параметра выступают прогнозируемые на k -м шаге интегрирования значения полюсных переменных

$(\dot{y}_i = \tilde{y}_i^{(k)}, y_i = \tilde{y}_i^{(k)})$. Общая блок-схема вычислительных операций на k -м шаге приведена в Приложении. Величина шага h_i на отрезке интегриро-

вания $[t^k, t^k+H]$ систем (2.2) и (2.4) для i -й подсистемы зависит только от характера переходных процессов в этой подсистеме и может быть значительно меньше H . Это позволяет снять ограничения, накладываемые «быстрыми» подсистемами на величину шага интегрирования для «медленных» под-



схем и анализируемой системы в целом, что автоматически имеет место при использовании формальных методов решения больших линейных систем [2]. Таким образом, предлагаемый подход обеспечивает автономное интегрирование систем ОДУ различных подсистем, что, очевидно, значительно ускоряет моделирование динамических режимов работы больших электронных систем (величина h_i может быть в сотни раз меньше шага H) по сравнению с методами [1, 2]. При этом затраты памяти в обоих случаях совпадают. Нетрудно показать, что методы [1, 2] являются частным случаем рассматриваемого подхода при $h_i=H$ для всех i . В этом случае система ОДУ (2.4) выводится в систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых производных $(\partial X/\partial y)H^{-1} + \partial X/\partial y$:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial G}{\partial X} \frac{1}{H} + \frac{\partial G}{\partial X} \right] \left[\frac{\partial X}{\partial y} \frac{1}{H} + \frac{\partial X}{\partial y} \right] = \\ = - \left[\frac{\partial G}{\partial y} \frac{1}{H} + \frac{\partial G}{\partial y} \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

и все вычислительные операции (2.5) полностью совпадают с операциями при использовании алгоритмов [1, 2].

Предложенный подход к моделированию сложных нелинейных электронных схем методом подсистем является более общим по сравнению с применяемыми для этих целей методами решения по частям систем линейных уравнений. Он обеспечивает ускоренное моделирование благодаря организации в рамках основного вычислительного процесса автономных процессов для различных подсистем. Свойство автономности вычислительных процессов обеспечивает возможность их распараллеливания, что в перспективе позволит при машинном проектировании БИС эффективно использовать вычислительные системы параллельного типа. Предлагаемый метод моделирования может использоваться для исследования сложных систем различной физической природы.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Блок-схема алгоритма вычислений на k -м шаге интегрирования (фигура).

1. Выбор шага интегрирования H для системы ОДУ (2.1) и начальных шагов h_i для интегрирования i -й системы (2.2).

2. Одновременное интегрирование систем (2.2) и (2.4) для i -й подсистемы неявным методом [4] на отрезке $[t^k, t^k+H]$, включающее на каждом шаге h_i операции: а) прогноз, б) коррекцию, в) автоматический выбор величины следующего шага. Формулы прогноза и коррекции, а также методика автоматического формирования матриц, необходимых для совместного интегрирования, приведены в [3].

3. Вычисление компонент матриц F и $[(\partial F/\partial Y)H^{-1} + \partial F/\partial Y]$ по формуле (2.3), соответствующих i -й подсистеме. Запоминание последней коррекции внутренних переменных ΔX_i .

4. Проверка условия обращения ко всем подсистемам.

5. Вычисление корректирующей ньютоновской поправки $\Delta Y^{(k)}$ для переменных основной системы (2.1) по формуле

$$[(\partial F/\partial Y)H^{-1} + \partial F/\partial Y]\Delta Y^{(k)} = -F(Y^{(k)}).$$

6. Вычисление полной коррекции по внутренним переменным подсхем в момент $t^n + H$:

$$\Delta X_i = \Delta \tilde{X}_i + [(\partial X_i / \partial \dot{y}_i) H^{-1} + \partial X_i / \partial y_i] \Delta y_i.$$

На основании вычисленных значений ΔY ($\Delta \dot{Y}$) и ΔX_i ($\Delta \tilde{X}_i$) определяются величины следующего шага интегрирования H для системы (2.1), моделирующей всю схему и шагов h_i для каждой из подсхем.

7. Условие окончания процесса интегрирования в целом.

Поступило 18 III 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Крон Г. Исследование сложных систем по частям. «Наука», 1972.
2. Батов В. А., Ильин В. Н., Фролкин В. Т. Алгоритм расчета нелинейных схем методом подсхем с использованием итераций по Ньютону. Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1974, 17, № 6.
3. Гурарий М. М., Ермак В. В. и др. Применение метода многополюсных подсхем в программах анализа электрических характеристик БИС. Управляющие системы и машины, 1973, № 5.
4. Брайтон Р. К., Густафсон Ф. Г., Хэтчел Г. Д. Новый эффективный алгоритм решения алгебраических систем дифференциальных уравнений. Тр. Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике, 1972, 60, № 1.