УДК 621.382.82

Д-р техн. наук *С. Г. РУСАКОВ*

ПРИМЕНЕНИЕ ОДНОШАГОВЫХ МЕТОДОВ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В БИС

Сформулированы преимущества одношаговых методов численного интегрирования в программах автоматизации схемотехнического проектирования нового поколения с использованием декомпозиционного моделирования.

В настоящее время при создании математического обеспечения программ моделирования электрических характеристик БИС [1, 2] главным образом используются линейные многошаговые методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). В большинстве зарубежных и отечественных [3 — 5] программ применяются результаты разработки неявных методов интегрирования типа Гира или ФДН [6], которые прошли необходимую апробацию. Алгоритмы таких программ характеризуются применением ньютоновских итераций гауссова исключения, техники разреженных матриц, автоматического выбора шага и порядка многошаговой формулы интегрирования. Программы получили наибольшее распространение и успешно применяются для расчета электрических характеристик схем малой и средней степени интеграции.

Однако при анализе электронных схем высокой степени интеграции с помощью программ моделирования нового поколения многошаговые методы интегрирования менее перспективны, чем одношаговые. При усложнении задачи моделирования возрастают преимущества последних: отсутствие проблемы посторонних корней, увеличивающих эффект неустойчивости [7]; исключение данных о характере предшествующего процесса, требующих дополнительной памяти; простота и эффективность локальной оценки и контроля погрешности моделирования; улучшенные свойства сохранения устойчивости интегрирования при варьировании шага.

Необходимость декомпозиционного моделирования электрических характеристик БИС связана с частичным или полным отказом от традиционной концепции разработки алгоритмов временного анализа; благодаря универсальности одношаговые методы лучше адаптируются к ее изменениям. Рассмотрим особенности декомпозиционного моделирования БИС, связанные с интегрированием ОДУ.

Основными направлениями увеличения производительности моделирования программ нового поколения являются: комбинирование математических аппаратов (смешанное моделирование); применение упрощенных математических моделей фрагментов БИС; декомпозиция вычислительных алгоритмов.

Смешанное моделирование [1, 8] в рамках численного интегрирования включает логико-электрический анализ, который обеспечивается решением логических уравнений булевой алгебры. Безынерционность логических переключений приводит к разрывности коэффициентов интегрируемых ОДУ, а потеря непрерывности функций и резкое пошаговое изменение якобиана создают предпосылки для численной неустойчивости. Поэтому одношаговые методы, имеющие лучшую стабильность при логико-электрическом анализе, предпочтительнее, чем многошаговые (тем более, что предварительные пошаговые данные не могут быть использованы для экстраполяции вперед). Кроме того, недостатками многошаговых формул интегрирования являются: многократное использование одношаговых методов в качестве стартовых процедур (в условиях разрывности) и потеря преимуществ аппроксимации во время моделирования цифровых и цифроаналоговых БИС, вызванная необходимостью анализа большого числа переключений входных сигналов на отрезке интегрирования.

С использованием при интегрировании упрощенных математических моделей компонентов и фрагментов схемы с разнообразными характеристиками (со значительными нелинейностями) происходит быстрое пошаговое изменение матрицы Якоби. В этом случае многошаговые методы по устойчивости значительно уступают одношаговым.

При декомпозиции алгоритмов рассматриваются следующие методы снижения вычислительной сложности: многополюсных подсхем (ММП) [2] (исходная моделируемая схема заменяется совокупностью взаимодействующих подсхем, а соответствующая ей задача высокой размерности сводится к последовательному решению задач низкой размерности для каждой подсхемы); ускоренного электрического анализа (УЭА) [1, 8] (обеспечивается последовательная обработка отдельных или групп уравнений благодаря релаксационным методам их решения); учета временной разреженности (исключается обращение к моделям тех компонентов или фрагментов, которые не изменяют своего состояния на интервале моделирования, т. е. учитывается свойство их латентности [1, 9]).

Для ММП актуальна проблема организации разноскоростного интегрирования, а для УЭА — повышение универсальности алгоритмов, обусловленное необходимостью сохранения свойств устойчивости при релаксационных методах решения уравнений. Учет временной разреженности при моделировании цифровых БИС позволяет значительно снизить вычислительные затраты за счет использования свойств пассивности большей части подсхем на определенном временном интервале. Интегрирование ОДУ с исключением уравнений пассивных подсхем фактически включает применение одношаговых методов нулевого порядка точности [9].

Приведем некоторые вычислительные схемы, в которых используются базовые одношаговые методы интегрирования, ориентированные на декомпозиционное моделирование БИС.

Математическая модель для расчета динамических режимов работы БИС в большинстве программ машинного анализа представляет неразрешенную относительно производных систему ОДУ

$$f(\dot{y}, y, t) = 0, \tag{1}$$

что в ряде случаев приводит к изменению формулы интегрирования ОДУ в нормальной форме. Для метода узловых потенциалов y — векторы узловых потенциалов, f — сумма токов в узлах.

Среди одношаговых методов интегрирования в программах анализа наиболее распространены:

неявный метод Эйлера

$$y_{n+1} = y_n + h\dot{y}_{n+1} \tag{2}$$

и метод трапеций

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}\,[\dot{y}_{n+1} + \dot{y}_n]. \tag{3}$$

Здесь h — шаг интегрирования.

Формулы (2) и (3) — это неявные A-устойчивые методы [6], применяя которые можно автоматически выбирать шаг интегрирования в соответствии с характером переходных процессов в моделируемой схеме.

Для моделирования электронных схем можно пользоваться полуявными методами типа Розенброка [6, 10]. Вычислительные процедуры метода Розенброка в системе ОДУ вида (1) определяются следующим образом:

первый порядок точности

$$y_{n+1} = y_n + k_1^y; \; \dot y_{n+1} = \dot y_n + k_1^{\dot y};$$

$$k_1^{\dot y} = -J_n^{-1}[f|_{t=t_n} + F_y h \dot y_n + hF_t];$$

$$k_1^{\dot y} = h(k_1^{\dot y} + \dot y_n);$$

$$J_n = F_{\dot y}|_{t=t_n} + F_y h; \quad F_{\dot y} = \frac{\partial t}{\partial \dot y}; \quad F_y = \frac{\partial t}{\partial y}; \quad F_t = \frac{\partial t}{\partial t};$$

второй порядок точности

$$y_{n+1} = y_n + \nu k_1^y + (1-\nu) k_2^y;$$

$$y_{n+1} = \dot y_n + \nu k_1^{\dot y} + (1-\nu) k_2^{\dot y};$$

$$J_n = F_{\dot y} + \nu h F_y;$$

$$\nu k_1^{\dot y} = -J_n^{-1}[f|_{t=t_n} + h\nu(F_y \dot y + F_t)];$$

$$k_1^y = h[\nu k_1^y + \dot y_n];$$

$$\nu k_2^{\dot y} = -J_n^{-1}[f(t_n + \nu h) + F_y h \dot y(t_n + \nu h) + h\nu F_t];$$

$$k_2^y = h[\nu k_2^{\dot y} + \dot y(t_n + \nu h)];$$

$$\nu = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \; [10, 11].$$

Метод A-устойчив [6] и требует лишь одного обращения матрицы Якоби J_n на шаге. Основной его недостаток, заключающийся в необходимости точного вычисления матрицы Якоби [12], при анализе интегральных схем не является существенным, так как обычно используется аналитическое описание производных, формирующих матрицу Якоби.

Алгоритмы типа Розенброка могут успешно применяться для иерархической организации вычислений при разноскоростном интегрировании с использованием декомпозиционного метода многополюсных подсистем. Так, в работе [13] предложено решение проблемы «обратного хода» [7] путем совмещения полуявных методов Розенброка на верхнем уровне в сочетании с традиционными неявными методами (1), (2) на нижнем. Это приводит к вычислениям, при которых сначала устанавливаются окончательные значения «медленных» переменных, затем выполняется поинтервальное интегрирование «быстрых» переменных. Такой порядок упрощает выбор критерия динамических неактивных подсхем [13] при латентном анализе.

Группу методов, ранее не встречавшихся в программах схемотехнического моделирования, составляют нелинейные одношаговые методы интегрирования. Рассмотрим использование при УЭА алгоритма Брэндона [14], допускающего экспоненциальную аппроксимацию интегрируемых переменных:

$$y_{n+1} = y_n + h[\Theta^d \dot{y}_n + (I - \Theta^d)\dot{y}_{n+1}].$$

Здесь Θ^d, I — диагональная и единичная матрицы.

Значения диагональной матрицы выбираются так, чтобы выполнялись аппроксимация $y_{n+1} = y_n e^{z^d}$ и соотношения $\dot{y} = Z^d/h \cdot y$:

$$\theta_{ii} = -z_{ii}^{-1} - (e^{-z_{ii}} - 1)^{-1}.$$

Такой алгоритм перспективен для УЭА, так как в цифровых МДП БИС переходные процессы перезаряда емкостей хорошо аппроксимируются экспоненциальными зависимостями. Поскольку система ОДУ задается в неразрешенной относительно производных форме (1) и исключается точное решение линейных уравнений, для анализа методов УЭА используется система

$$C\dot{y} = -Gy. \tag{4}$$

Чтобы найти z_{ii} [14], продифференцируем i-е уравнение системы (4) по переменной y_i с учетом представления связей переменных в виде сложной функции $y_j = y_j(y_i)$. В результате

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \frac{\partial \dot{y}_j}{\partial \dot{y}_i} \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial y_i} = -\sum_{j=1}^{n} g_{ij} \frac{\partial y_j}{\partial y_i}.$$

Оценку производных $\partial \dot{y}_j/\partial \dot{y}_i$ и $\partial y_j/\partial y_i$ проведем, считая относительно безынерционной j-ю переменную в сравнении с i-й [2] и применяя принцип локальной диагонализации для УЭА [15]. Оценка производной имеет вид:

$$\lambda_i = \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial y_i} = -\frac{g_{ii}y_i + \sum_{i \neq j} g_{ij}y_j}{c_{ii}\dot{y}_i + \sum_{i \neq j} c_{ij}\dot{y}_j}. \tag{5}$$

Ей соответствует $z_{ii} = h\partial \dot{y}_i/\partial y_i$. Если модель схемы включает только диагональную матрицу емкостей $C = C^d$, то в формуле (5) элементы c_{ij} равны нулю.

Формула (5) является упрощенной локальной оценкой собственного значения λ_i, поэтому она может успешно использоваться при организации вычислительных процедур интегрирования. Важное ее свойство — вычисление z_{ii} по результатам обработки одного уравнения, что позволяет применять формулу (5) при декомпозиции исходной системы на отдельные уравнения в методах УЭА. С учетом формулы (5) система (4) на шаге интегрирования представляется в виде уравнений $\dot{y}_i + \lambda_{ii} y_i = 0$, имеющих аналитическое экспоненциальное решение. Оно применяется в известных неявных методах интегрирования в качестве прогнозирующей формулы и дает возможность благодаря хорошей аппроксимации физических процессов в УЭА увеличить шаг интегрирования. Кроме того, с помощью оценки (5) при интегрировании методами УЭА можно установить порядок переменных интегрирования в соответствии с величиной z_{ii}; организовать разноскоростное интегрирование на временном интервале для «быстрых» и «медленных» переменных; определить латентность переменных; ввести в формулу выбора шага интегрирования критерий устойчивости; перейти от неявных методов интегрирования к явным.

Вывод

Анализ показал, что исследования и поиск эффективных вычислительных процедур интегрирования для нового поколения программ схемотехнического декомпозиционного моделирования целесообразно проводить среди одношаговых методов. Рассмотренные новые вычислительные схемы для одношаговых методов позволяют организовать разноскоростное интегрирование для ММП и повысить универсальность УЭА.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хэчтел Г. Д., Санджованни—Винчентелли А.* Обзор методов моделирования третьего поколения. — ТИИЭР, 1981, т. 69, № 10, с. 100—119.

2. *Баталов Б. В., Егоров Ю. Б., Русаков С. Г.* Основы математического моделирования БИС на ЭВМ. — М.: Радио и связь, 1982. — 168 с.

3. *Блатнер Д.* Выбор оптимальной программы машинного проектирования. — Электроника, 1976, № 9, с. 39—46.

4. *Петренко А. И., Власов А. Н., Тимченко А. П.* Табличные методы моделирования электронных схем на ЭВМ. — Киев.: Вища школа, 1977. — 188 с.

5. Результаты исследования ряда программ анализа электронных схем/ Ю. Н. Бармаков, В. А. Бахов, В. Н. Ильин и др. — Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника, 1981, № 6, с. 27—37.

6. Современные численные методы решения ОДУ/Под ред. Дж. Холла и Дж. Уатта. — М.: Мир, 1979. — 312 с.

7. *Gear C. W.* Numerical solutions of ODE: is thore anything left to do? — SIAM Review, 1981, vol. 23, N 1, p. 10—24.

8. *Newton A. R.* Techniques for the simulation of large scale IS. — IEEE Trans. on CAS, 1979, vol. CAS—26, p. 741—749.

9. *Rabbat N. B., Hsich H. Y.* A latent macromodular approach to large scale sparce networks. — IEEE Trans. on CAS, 1976, vol. CAS—23, p. 745—752.

10. *Новиков Е. А., Демидов Г. В.* Экономичный алгоритм интегрирования жестких систем ОДУ.—В кн.: Численные методы математической физики. Новосибирск, 1979. с. 69—83.

11. *Артемьев С. С., Демидов Г. В., Новиков Е. А.* Минимизация овражных функций численным методом для решения жестких систем уравнений: Препринт № 74. — Новосибирск, 1981.

12. *Grosbie R. E., Javey S.* Methods for solving stiff differential equations. — Simulation, 1982, April, p. 140—142.

13. *Русаков С. Г.* Применение составных методов численного интегрирования при моделировании динамических режимов работы БИС методом подсхем.—Электронное моделирование, 1987, № 1, с. 36—39.

14. *Babcock P. D., Stutsman L. F., Brandon D. M.* Impovements in a single-step integration algorithm. — Simulation, 1979, N 1, p. 1—10.

15. *Ляпинский А. А., Русаков С. Г.* Методы ускоренного моделирования электрических характеристик МДП БИС. — Автометрия/АН СССР.—Новосибирск, 1986, № 6, с. 3—11.

Статья поступила в марте 1987 г.