

АЛГОРИТМ РАЗБИЕНИЯ НА ПОДСХЕМЫ ДЛЯ МАШИННОГО АНАЛИЗА БИС, ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ ДВУДОЛЬНЫЕ ГРАФЫ

Предложен алгоритм разбиения больших интегральных схем на подсхемы с использованием двудольных графов для описания топологической модели схемы. Рассмотрены преимущества применения двудольных графов для решения задачи разбиения. Приведены примеры.

В настоящее время одним из эффективных методов анализа схем высокой степени сложности является метод многополюсных подсхем [1, 2], который предполагает представление исходной моделируемой схемы совокупностью взаимодействующих подсхем. Решение системы уравнений высокой размерности сводится при этом к последовательному решению задач низкой размерности, соответствующих каждой подсхеме. В результате существенно снижаются временные затраты на моделирование сложных схем, а благодаря последовательному использованию одних и тех же массивов для различных подсхем, и требования к объему оперативной памяти. Эффективность метода в значительной степени зависит от оптимальности разбиения схемы.

В некоторых случаях разбиение на подсхемы не вызывает затруднений у разработчиков. Обычно при этом учитывается функциональная законченность отдельных подсхем и их повторяемость в структуре больших интегральных схем (БИС). Однако подобный подход в аналоговых БИС не всегда оправдан. Кроме того, при высокой сложности анализируемых схем необходимо определить размеры подсхем, чтобы максимально использовать возможности метода. Таким образом, возникает задача автоматизации процесса разбиения.

Задача сводится к оптимальному разбиению по определенному критерию графа, являющегося топологической моделью электронной схемы. Целесообразно в качестве критерия принять минимум вычислительных затрат.

Число арифметических операций при однократном решении полной системы линейных уравнений методом Гаусса составляет

$$f = N^3/3 + N^2,$$

а при использовании метода подсхем —

$$F = \sum_{i=1}^{КП} (N_i^3/3 + N_i^2) + N_B^3/3 + N_B^2, \quad (1)$$

где N — размерность системы уравнений; КП, N_i , N_B — количество подсхем, узлов подсхемы и внешних узлов, соединяющих подсхемы, соответственно.

Для метода подсхем затраты памяти $\rho_{i \max} + \rho_B$ ограничены неравенством

$$\rho_{i \max} + \rho_B < P. \quad (2)$$

Здесь $\rho_{i \max} = N_{i \max}^2$; $\rho_B = N_B^2$; $N_{i \max}$ — количество узлов наибольшей по размерам подсхемы; P — предельный массив памяти конкретной ЭВМ.

Задача формулируется следующим образом [3]: найти такие параметры разбиения исходной схемы, чтобы вычислительные затраты (1) при соответствующих ограничениях на оперативную память (2) были минимальными.

Возможные алгоритмы решения задачи разбиения БИС на подсхемы, например, включают простой алгоритм разрезания графа схемы на слабо связанные части («кластеры») [4, 5] и более сложную эвристическую процедуру попарного обмена вершинами между подграфами [3], где топологическая модель схемы представлена в виде двудольного графа [6].

Основные моменты процедуры разбиения приведены в работах [4, 5]. Топологическая модель электронной схемы представлена в виде графа, на основе анализа структуры которого формируются списки смежности (СС) для его вершин. Выбирается начальная вершина. Далее вершины последовательно присоединяются по правилу наименьшего увеличения числа внешних по отношению к уже выделенной подсхеме вершин. В результате выполнения этой процедуры получается таблица разбиения, каждая строка которой включает список внешних по отношению к данному составу «кластера» вершин. Строка таблицы с минимальным числом внешних вершин характеризует два слабо связанных «кластера».

Применение двудольных графов имеет ряд преимуществ при описании топологических моделей электронных схем по сравнению с указанными процедурами [3, 6, 7]. Рассмотрим алгоритм разбиения на подсхемы, использующий идею разрезания на «кластеры», для топологической модели схемы, заданной двудольным графом. Все вершины

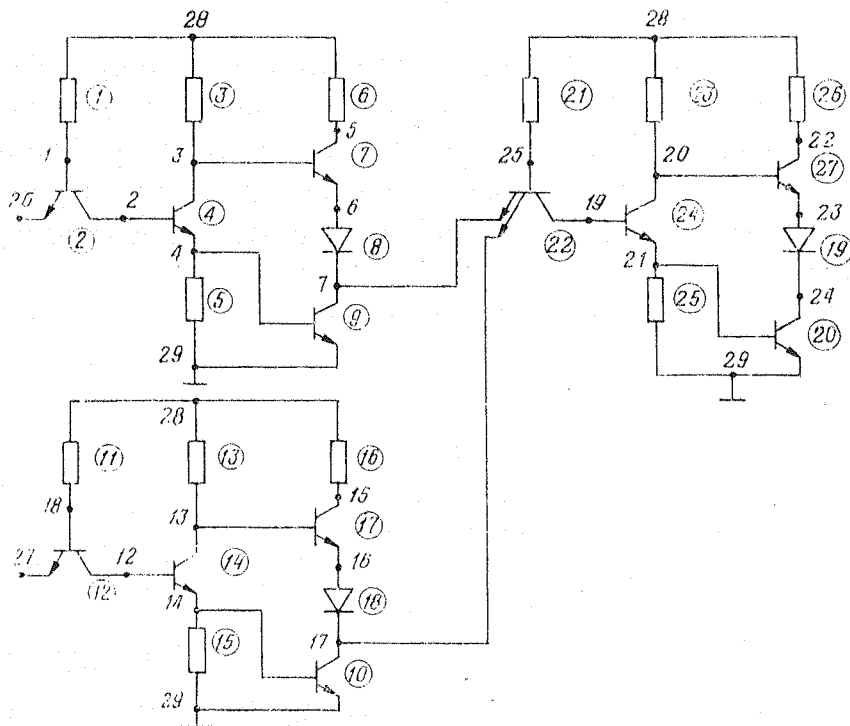


Рис. 1. Электрическая схема на ТТЛ вентилях:
○ — компонент; ● — узел

графа делятся на подмножества вершин 1-го (компоненты) и 2-го (узлы схемы) рода [3]. Топологическая модель схемы (рис. 1) представлена в виде двудольного графа (рис. 2), на основе которого получают СС для вершин 1-го и 2-го рода — СС1 и СС2 соответственно.

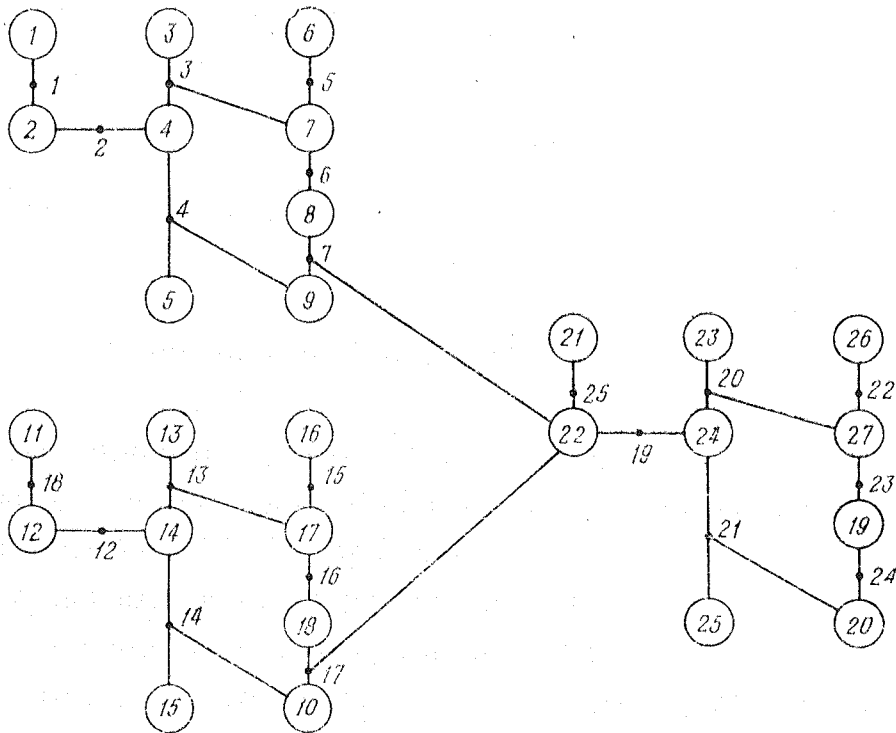


Рис. 2. Топологическая модель схемы на ТТЛ вентилях, представленная двудольным графом

Приведем в качестве примера СС для первых четырех вершин:

СС1				СС2			
Вывод	1	2	3	Вывод	1	2	3
Компонент:				Узел:			
1	1	—	—	1	1	2	—
2	1	2	—	2	2	4	—
3	3	—	—	3	3	4	7
4	2	3	4	4	4	5	9

Ребра двудольного графа могут соединять лишь вершины разных подмножеств. По аналогии с алгоритмом [4, 5] строится табл. 1. Разбиению подвергаются вершины 1-го рода, качество же разбиения определяет разделение подмножества вершин 2-го рода на внешние и внутренние. Узлы питания, «земли» и источники внешних сигналов не рассматриваются, так как соответствующие переменные не являются независимыми в уравнениях модели, а узлы не подлежат разбиению.

Для оценки степени связности вершин 1-го рода используется понятие валентности [8, 9]. Под валентностью j -й вершины 1-го рода V_{jI} понимается число смежных вершин 2-го рода для подграфа I при

его объединении с этой вершиной: $V_{j1} = |J(IU_j)|$, где J — множество смежных вершин 2-го рода. В табл. 1 индексы вершин графа соответствуют степени связности; степень связности для компонентов (вершины 1-го рода) — валентность вершины, первоначальный индекс узлов (вершины 2-го рода) — степень вершины. Первоначальный индекс вершины 2-го рода находится из СС2 как длина соответствующей строки. При появлении в списке включаемых компонентов нового компонента индексы всех смежных с ним узлов уменьшаются на единицу. Узел с нулевой степенью является внутренним узлом «кластера».

Таблица 1

Разбиение двудольного графа (см. рис. 2) на подграфы

включае- мых ком- понентов	Список		Количество узлов	
	граничных узлов	смежных компонентов	граничных	внутренних
1	1 ¹	2 ¹	1	0
2	2 ¹	4 ²	1	1
4	3 ² , 4 ²	3 ² , 5 ² , 7 ³ , 9 ³	2	2
3	3 ¹ , 4 ²	5 ² , 7 ³ , 9 ³	2	2
5	3 ¹ , 4 ¹	7 ³ , 9 ²	2	2
9	3 ¹ , 7 ²	7 ³ , 8 ³ , 22 ⁵	2	3
7	5 ¹ , 6 ¹ , 7 ²	6 ² , 8 ³ , 22 ⁶	3	4
6	6 ¹ , 7 ²	8 ¹ , 22 ⁵	2	5
8	7 ¹	22 ³	1	6
22	17 ² , 19 ¹ , 25 ¹	10 ⁴ , 18 ⁴ , 21 ² , 24 ⁴	3	7
21	17 ² , 19 ¹	10 ³ , 18 ³ , 24 ³	2	8
24	17 ² , 20 ² , 21 ²	10 ⁴ , 18 ⁴ , 20 ⁴ , 23 ³ , 25 ³ , 27 ⁵	3	9
23	17 ² , 20 ¹ , 21 ²	10 ⁴ , 18 ⁴ , 20 ⁴ , 25 ³ , 27 ⁴	3	9
25	17 ² , 20 ¹ , 21 ¹	10 ⁴ , 18 ⁴ , 20 ³ , 27 ⁴	3	9
20	17 ² , 20 ¹ , 24 ¹	10 ⁴ , 18 ⁴ , 19 ³ , 27 ⁴	3	10
19	17 ² , 20 ¹ , 23 ¹	10 ⁴ , 18 ⁴ , 27 ²	3	11
27	17 ² , 22 ¹	10 ³ , 18 ³ , 26 ¹	3	13
26	17 ²	10 ² , 18 ²	1	14
10	14 ² , 17 ¹	14 ⁴ , 15 ² , 18 ²	2	14
15	14 ¹ , 17 ¹	14 ³ , 18 ²	2	14
18	14 ¹ , 16 ¹	14 ³ , 17 ³	2	15
14	12 ¹ , 13 ² , 16 ¹	12 ³ , 13 ³ , 17 ³	3	16
12	13 ² , 16 ¹ , 18 ¹	11 ² , 13 ³ , 17 ²	3	17
11	13 ² , 16 ¹	13 ² , 17 ²	2	18
13	13 ¹ , 16 ¹	17 ¹	2	18
17	15 ¹	16 ⁰	1	20
16	0	С	0	21

Валентность вершин 1-го рода двудольных графов определяется следующим образом:

текущая строка в списке граничных узлов дополняется совокупностью узлов j -й строки СС1 с индексом, равным уменьшенному на единицу значению исходной степени;

индекс одинаковых узлов уменьшается на число их повторений;

все узлы с нулевой степенью вычеркиваются, и подсчитывается число оставшихся, которое и составляет валентность вершины.

Табл. 1 строится следующим образом: список включаемых компонентов начинается с компонента, имеющего наименьшее число смежных

узлов в СС1, и далее для всего множества вершин 1-го рода выполняется следующая процедура:

для данного «кластера» выписываются граничные узлы;

для каждого узла из строки списка граничных узлов по СС2 выписываются смежные компоненты;

подсчитывается валентность каждой смежной вершины 1-го рода (компонентов) и в качестве следующей вершины, присоединяемой к «кластеру», выбирается вершина с наименьшей валентностью.

По табл. 1 определяются минимумы локальной связности, а следовательно, и возможные варианты разбиения. В качестве примера показано разбиение схемы на ТТЛ вентилях с помощью описанного алгоритма.

Наиболее трудоемкая операция — выбор очередного компонента. Пусть $ССК_i$ — i -я строка списка смежных компонентов для выделенной подсхемы; B_{ki} — длина списка смежных узлов для k -го компонента; $l_{с.г.у.и}$ — длина списка граничных узлов в i -й строке табл. 1; $КК$ — количество компонентов схемы. Оценим вычислительные затраты как количество операций сравнения при построении табл. 1:

$$\sum_{i=1}^{КК} \sum_{k \in ССК_i} l_{с.г.у.и} B_{ki} \leq NКК^2.$$

Применение двудольного графа при решении задачи разбиения схемы имеет следующие преимущества. Принципиальная схема описывается естественным образом и с сохранением возможности многополюсного представления компонентов. Тот же алгоритм используется для разбиения на более высоком уровне. Тогда в качестве вершин 1-го рода берутся целые подсхемы, полученные на предыдущем этапе. Эти вершины имеют весовые коэффициенты, равные количеству внутренних узлов данной подсхемы. Применение двудольных графов значительно упрощает подготовку исходной информации, так как отпадает необходимость сложного описания многополюсных компонентов. Кроме того, в результате разбиения автоматически получают списки включаемых компонентов, входящих в данный «кластер» табл. 1, на основе которого выполняется собственно разбиение. В алгоритмах [4, 5] вводится максимальное число узлов, входящих в подсхему n_{max} . Локальный минимум связности определяется лишь на участке $an_{max} < n < n_{max}$, а выбирается в интервале $0,6 < a < 0,8$. После выделения подсхемы процедура разбиения проводится с оставшимися узлами.

В данном алгоритме строится полная таблица разбиения, затем находятся локальные минимумы связности. Процедура разбиения на подсхемы следующая: строится полная таблица разбиения для всей схемы (подсхемы). Находится локальный минимум связности. Процедура повторяется для полученных подсхем и продолжается до тех пор, пока схема не будет разбита на некоторое число мелких подсхем. Таким образом, имеем разбиение, более близкое к оптимальному, так как можно проследить все локальные минимумы связности. Далее выполняется процедура укрупнения подсхем с использованием в качестве вершин 1-го рода уже целых подсхем, выделенных на первом этапе. Каждой вершине в этом случае будет соответствовать весовой коэффициент. В качестве целевой функции может быть принят объем вычислительных затрат, определяемый критерием F (1).

В табл. 2 приведены результаты разбиения цифровой схемы на подсхемы, на рис. 3 — схема после разбиения. Получено пять подсхем. Рассмотрена целесообразность дальнейшего укрупнения в соответствии с

критерием F. Для исходного варианта значение целевой функции составляет 1668, при объединении 2-й и 4-й подсхем — 1950, 2-й и 5-й подсхем — 1480. Уменьшение значения целевой функции указывает на целесообразность объединения подсхем (в частности, 2-й и 5-й).

Таблица 2

Разбиение цифровой схемы и объединение подсхем

Под- схема	Список			Количество узлов					
				в исходном варианте		при объединении 2-й и 4-й подсхем		при объединении 2-й и 5-й подсхем	
	компонентов	внутренних узлов	граничных узлов	внутренних	граничных	внутренних	граничных	внутренних	граничных
1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 50	1, 2, 3, 4, 5, 39	6	6	1	6	1	6	1
2	31, 32, 33, 34, 35, 39, 40, 41, 47	29, 30	6, 9, 15, 25, 27, 31	2	6	16	4	6	6
3	36, 37, 38, 42, 43, 44, 45, 46, 48	33, 34, 35, 36, 32, 37	31	6	1	6	1	6	1
4	10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 49	10, 12, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 23, 26, 28, 17, 7	8, 9, 14, 23, 24, 27	12	6	—	—	13	6
5	27, 28, 29, 30	16, 20	8, 14, 15, 23, 24, 25	2	6	2	6	—	—

Приведенный алгоритм реализован в программе разбиения электронных схем на подсхемы, результаты разбиения схем подтвердили его работоспособность.

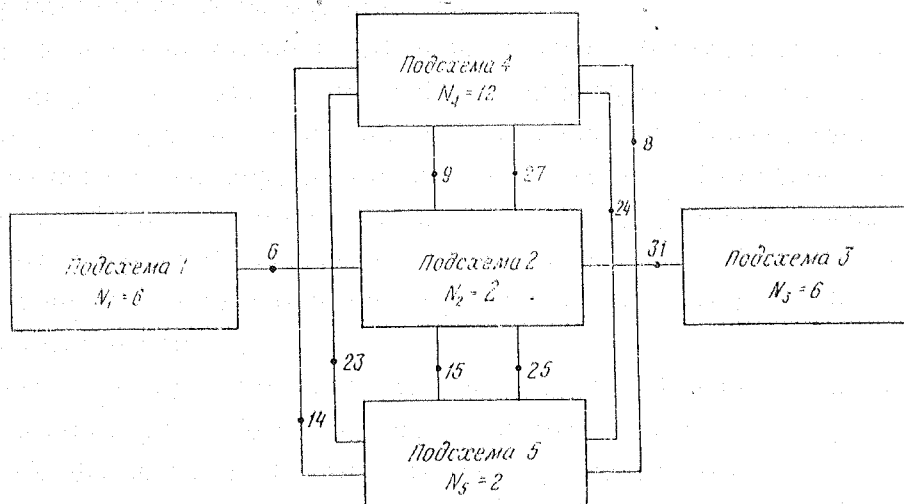


Рис. 3. Цифровая схема после разбиения на подсхемы и укрупнения

Выводы

1. Показаны преимущества применения двудольных графов для описания топологической модели электронной схемы при решении задачи разбиения на подсхемы для машинного анализа электрических характеристик.

2. Разработан и реализован алгоритм разбиения электронных схем на подсхемы с применением двудольных графов.

3. Разработанный алгоритм может быть применен для предварительной декомпозиции структуры схемы в целях повышения эффективности способов оптимального упорядочения переменных при использовании разреженности матрицы системы линейных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В. Н. Основы автоматизации схемотехнического проектирования. М., «Энергия», 1979.
2. Гуракий М. М., Русаков С. Г. Машинный расчет сложных электронных систем методом подсхем.—«Техническая кибернетика. АН СССР», 1977, № 1, с. 193—197.
3. Русаков С. Г., Святский А. Б. Метод автоматического разбиения на подсхемы для автоматического анализа электрических характеристик БИС.—«Управляющие системы и машины», 1975, № 3, с. 115—119.
4. Sangiovanni—Vincentelli A., Chua L., Chen L. An Efficient Heuristic Cluster Algorithm for Tearing Large-Scale Networks.—«IEEE Transactions», 1977, vol. CAS-24, № 12, p. 709—717.
5. Петренко А. И., Власов А. И., Тимченко А. П. Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ. Киев, «Вища школа», 1977, с. 141—145.
6. Харари Р. Теория графов. М., «Мир», 1973.
7. Щемелинин В. М. Задача оптимального представления графа электрической схемы.—В кн.: Микроэлектроника. Под ред. А. А. Васенкова. М., «Сов. радио», 1976.
8. Ogbuobiri E. C., Tinney W. F., Walker J. W. Sparsity-Directed Decomposition for Gaussian Elimination on Matrices.—«IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems», 1970, vol. PAS-89, № 1, p. 141—150.
9. Беляков Ю. Н., Егоров Ю. Б. Машинные методы составления математических моделей электронных схем. М., «Машиностроение», 1978, с. 55—57.

Статья поступила после доработки в декабре 1980 г.