

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИС



УДК 681.3.01:51

Канд. техн. наук С. Г. РУСАКОВ

МЕТОД МНОГОПОЛЮСНЫХ ПОДСХЕМ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ БИС

Предложено для организации параллельных вычислений при моделировании БИС применять метод многополюсных подсхем. Проведено сравнение двух возможных алгоритмических подходов. Показана целесообразность применения для параллельного моделирования алгоритмов, использующих независимые вычислительные процессы для отдельных подсхем.

Машинный расчет электрических характеристик больших интегральных схем (БИС) в связи с высокой размерностью исследуемых математических моделей требует больших вычислительных затрат. Применение параллельных вычислительных систем (ПВС) открывает новые возможности для сокращения временных затрат при моделировании сложных технических систем благодаря организации параллельных вычислительных процессов. Под ПВС понимаются системы, которые имеют два или несколько процессорных модулей и функционируют под единым управлением [1—3]. Эффективность распараллеливания вычислений при расчете БИС в значительной мере зависит от алгоритмического обеспечения, учитывающего особенности исследуемого класса задач.

Метод многополюсных подсхем является декомпозиционным методом расчета и предполагает представление анализируемой схемы в виде отдельных фрагментов, т. е. подсхем. Благодаря последовательному использованию одних и тех же массивов для моделирования различных подсхем значительно экономится память и соответственно увеличиваются возможности программ. Замена вычислений для исходной системы высокого порядка последовательным решением систем малого порядка сокращает временные затраты. Целесообразность применения метода подсхем обуславливается простотой представления моделируемой системы в виде слабо связанных подсистем в этом случае.

В наиболее распространенном варианте метода подсхем используются формальные методы решения систем линейных уравнений по частям на каждом шаге интегрирования или итерационного процесса [4, 5]. После выделения для каждой подсхемы внутренних и внешних переменных (например, узловых потенциалов) система линейных уравнений

$$Ax = b \quad (1)$$

имеет вид

$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \dots & \dots & 0 & A_{1r} \\ 0 & A_{22} & 0 & \dots & \dots & 0 & A_{2r} \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & A_{nr} & A_{nr} \\ A_{r1} & \dots & \dots & \dots & \dots & A_{rn} & A_{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ \dots \\ x_n \\ x_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ \dots \\ b_n \\ b_r \end{bmatrix}$$

Здесь A — матрица коэффициентов; A_{ij} — подматрицы; $i, j = 1, \dots, n, r$; x_1, \dots, x_n — внутренние переменные n -подсхем; x_r — вектор внешних (граничных) переменных; b, b_i — вектор правых частей и его составляющие.

Вычислительные операции в этом случае включают: исключение внутренних переменных для каждой подсхемы:

$$x_i = A_{ii}^{-1} b_i - A_{ii}^{-1} A_{ir} x_r, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (2)$$

решение системы линейных уравнений относительно x_r :

$$\left(A_{rr} - \sum_{i=1}^n A_{ri} A_{ii}^{-1} A_{ir} \right) x_r = b_r - \sum_{i=1}^n A_{ri} A_{ii}^{-1} b_i; \quad (3)$$

обратный ход по формуле (2) для расчета внутренних переменных x_i каждой подсхемы.

Преимущества имеют модификации метода подсхем, использующие для каждой подсхемы независимые вычислительные процессы [6]. В отличие от формальных методов решения систем линейных уравнений по частям такие алгоритмы используют непосредственное разбиение на группы исходных больших систем нелинейных уравнений. При расчете статических режимов системы трансцендентных уравнений моделируют:

полную схему

$$f(y) = 0; \quad (4)$$

i -ю подсхему

$$g_i(z_i, y_i) = 0, \quad (5)$$

где y — вектор полюсных переменных; y_i — компонента y , входит в уравнение (5) в качестве параметра; z_i — вектор внутренних переменных.

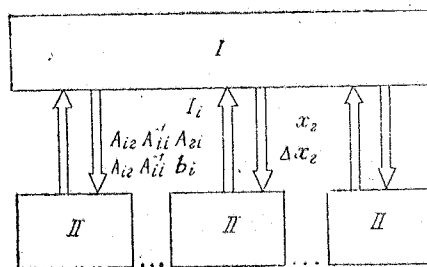
Необходимые для решения уравнения (4) методами ньютоновского типа матрицы f и $\partial f / \partial y$ линейной системы $(\partial f / \partial y) \Delta y = -f(y)$ формируются по окончании итерационного процесса для уравнений (5) каждой подсхемы. Вектор \bar{f} находится по полюсным токам I_i (в случае метода узловых потенциалов), а искомые компоненты матрицы $\partial f / \partial y$ — после итерационного процесса для каждой подсхемы [6, 7]. Вычисления для подсхем являются независимыми, причем если критерий их окончания — норма невязки, то число итераций для каждой подсхемы различно и определяется степенью нелинейности ее характеристик.

Аналогично можно организовать независимые для подсхем вычисления при моделировании во временной области. В работе [6] описан возможный алгоритм численного интегрирования, позволяющий выбрать шаг интегрирования для отдельных подсхем в соответствии с характером переходных процессов в каждой из них.

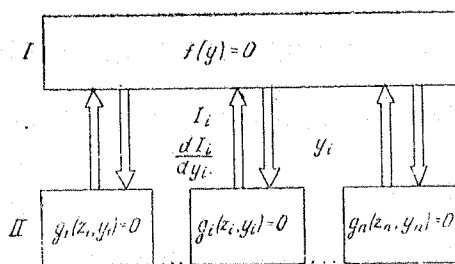
Рассмотрим алгоритм параллельного моделирования БИС, использующий метод подсхем. Приведем сначала схему параллельных вычислений (1) — (3) для алгоритма с разбиением линейной системы на части. Пусть задача решается на ПВС.* Будем условно считать, что вычислительные операции для подсхем осуществляются процессорами нижнего уровня, а система уравнений для полюсных переменных решается процессором верхнего уровня (см. рисунок). Тогда схема параллельных вычислений для алгоритма метода подсхем включает на каждом шаге следующие этапы:

Блок-схемы параллельного моделирования статических режимов методом подсхем:

a — при разбиении на части систем уравнений; *б* — для автономного варианта подсхем; I — решение системы полюсных переменных; II — решение уравнений для внутренних переменных подсхем



a



б

параллельно для каждой из подсхем формируются матрицы A_{ii} , A_{ir} , A_{ri} и вектор узловых токов b_i ($i = 1, \dots, n$ — число подсхем);

параллельно вычисляются поправки $\Delta x_i = A_{ii}^{-1} b_i$, полюсные токи $I_i = A_{ri} A_{ii}^{-1} b_i$, полюсная матрица производных $A_{ri} A_{ii}^{-1} A_{ir}$, запоминается матрица $A_{ii}^{-1} A_{ir}$;

обмен блоками между процессорами (см. рисунок, *a*). В процессор верхнего уровня передаются массивы I_i и $A_{ri} A_{ii}^{-1} A_{ir}$ для формирования системы уравнений для полюсных переменных;

решением системы уравнений находится корректирующая поправка Δx_r ;

обмен массивами. На нижний уровень передаются значения полюсных переменных x_r и корректирующие поправки Δx_r ;

* Для дальнейшего изложения алгоритмов не существенно, имеется ли у каждого процессора автономная оперативная память (многомашинные системы) или у всех процессоров общая память (многопроцессорные системы).

параллельно вычисляются поправки для внутренних переменных $\Delta x_i^n = A_{ii}^{-1} A_{it} \Delta x_t$ и полная $\Delta x_i = \Delta x_i' + \Delta x_i^n$.

Преимущества использования автономного варианта метода подсхем для параллельного моделирования нелинейных БИС очевидны.

В статическом случае основное отличие от предыдущей схемы заключается в том, что второй этап содержит параллельное решение систем трансцендентных уравнений (5) для каждой из подсхем (см. рисунок, б). Пусть время решения i -й подзадачи T^i [8], т. е. моделирование i -й подсхемы, складывается из трех составляющих:

$$T^i = T_c^i + T_{обм}^i + T_{ож}^i,$$

где T_c^i , $T_{обм}^i$, $T_{ож}^i$ — время выполнения счетных операций, обмена информацией с другими процессорами и ожидания информации от них соответственно.

Чем ближе T_c^i к значению T^i для всех i , тем эффективнее результат распараллеливания для решения сложной задачи. Для алгоритмов с независимыми итерационными процессами отношение $T_c^i/T_{обм}^i$ возрастает по сравнению с алгоритмом, использующим разбиение систем линейных уравнений на части, так как исключается обмен информацией на каждом шаге итерационного процесса. Уменьшение числа обменов сокращает и суммарное время ожидания $T_{ож}^i$ информации от других процессоров.

При числе процессоров, меньшем, чем число подсхем (этот случай, видимо, будет наиболее распространенным), могут применяться различные варианты организации параллельных вычислений. В одном из них фиксируется распределение подсхем по процессорам, в памяти каждого из которых содержится вся информация о соответствующей группе подсхем, и обработка массивов подсхем в этой группе проводится последовательно. В другом варианте по мере освобождения процессора для расчетов передается очередная подсхема с ее полным описанием. При этом процессор верхнего уровня осуществляет также координирующие функции параллельных вычислительных процессоров. При выборе очередной подсхемы можно использовать правила распределения [2].

При моделировании динамических режимов аналогично статическому случаю (см. рисунок, б) с помощью процессора верхнего уровня решается система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) относительно полюсных переменных y :

$$\bar{f}(y, y, t) = 0, \quad (6)$$

а процессоры нижнего уровня интегрируют уравнения для отдельных подсхем:

$$g(z, z, y_i, y_i, t) = 0. \quad (7)$$

Алгоритм интегрирования [6] с независимыми для подсхем вычислениями при параллельном моделировании включает следующие операции:

параллельное интегрирование в интервале $[t_k, t_k + H^k]$ уравнений (7) для каждой i -й подсхемы и уравнений в вариациях, включающее на каждом шаге h_i прогноз, коррекцию и автоматический выбор величины следующего шага:

$$\frac{\partial g_i}{\partial z_i} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial z_i}{\partial y_i} \frac{1}{H^k} + \frac{\partial z_i}{\partial y_i} \right] + \frac{\partial g_i}{\partial z_i} \left[\frac{\partial z_i}{\partial y_i} \frac{1}{H^k} + \frac{\partial z_i}{\partial y_i} \right] + \left[\frac{\partial g_i}{\partial y_i} \frac{1}{H^k} + \frac{\partial g_i}{\partial y_i} \right],$$

где k — номер шага интегрирования основной системы (6); H^k — величина шага;

параллельное вычисление векторов полюсных токов подсхем I_i и матриц $[(dI_i/dy_i)(1/H^k) + \partial I_i/\partial y_i]$;

обмен блоками между процессорами; формирование матриц f и $[(\partial f/\partial y)(1/H^k) + \partial f/\partial y]$ для решения системы (6);

определение корректирующей поправки Δy^{k+1} для полюсных переменных и величины нового шага H ;

обмен между процессорами разного уровня. На нижний уровень передаются значения полюсных переменных y^{k+1} и y^{k+1} и корректирующая поправка Δy^{k+1} ;

параллельное вычисление полной коррекции по внутренним переменным в момент $t_k + H^k$, определение значений новых шагов h_i .

На следующем шаге цикл операций повторяется.

Таким образом, распараллеливание вычислительных процессов является перспективным направлением для практических расчетов при моделировании БИС. Такое развитие алгоритмов соответствует общей для вычислительной техники тенденции параллельной обработки информации.

Современные средства вычислительной техники в той или иной мере обеспечивают распараллеливание вычислений. Так, получившие наибольшее распространение в нашей стране вычислительные машины серий ЕС и СМ обладают возможностью комплексирования в многомашинные системы. Продолжается создание совершенных ПВС высокой производительности. Разработаны многопроцессорные системы нового семейства «Эльбрус», которые внедряются в производство. Значительный интерес представляет применение мультимикропроцессорных параллельных систем для математического моделирования сложных схем [9, 10], обеспечивающее дальнейшее повышение отношения производительности к стоимости.

Выводы

1. Метод многополюсных подсхем, являясь декомпозиционным методом исследования нелинейных систем, создает естественные алгоритмические предпосылки для организации параллельных вычислений.

2. Вычислительные схемы параллельного моделирования, базирующиеся на автономном варианте метода подсхем, имеют преимущества по сравнению с наиболее распространенным формальным решением линейных уравнений по частям, так как сокращается количество обменов информацией между процессорами при решении.

3. Разработаны вычислительные алгоритмы метода подсхем для параллельного моделирования статических и динамических режимов.

4. Для организации параллельных вычислений на базе метода подсхем при решении сложной с вычислительной точки зрения задачи оптимального расчета параметров БИС может быть использован алгоритм оптимизации, приведенный в работе [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Мультимикропроцессорные системы и параллельные вычисления. Под ред. Ф. Г. Энслоу. М., «Мир», 1976.
2. Липаев В. В. Распределение ресурсов в вычислительных системах. М., «Статистика», 1979.
3. Головкин Б. А. Параллельная обработка информации, программирование, вычислительные методы, вычислительные системы.—«Техническая кибернетика АН СССР», 1979, № 2, с. 116—151.
4. Крон Г. Исследование сложных систем по частям.—«Диалектика. М., «Наука», 1972, с. 514—542.
5. Ильин В. Н. Основы автоматизации схемотехнического проектирования. М., «Энергия», 1979.
6. Гурарий М. М., Русаков С. Г. Машинный расчет сложных электронных схем методом подсхем.—«Известия АН СССР. Сер.: Техническая кибернетика», 1977, № 1.
7. Гурарий М. М., Русаков С. Г. Метод оптимального расчета параметров БИС при иерархическом представлении их математических моделей.—УСнМ, 1976, № 4.
8. Котарова И. Н., Шамаева О. Ю. Параллельный метод диакоптики для решения сложных задач на распределенных вычислительных системах.—«Кибернетика АН УССР», 1979, № 1, с. 112—119.
9. Танкелевич Р. Л. Моделирующие микропроцессорные системы. М., «Энергия», 1979.
10. Pottle C., Wang Y. Nonlinear Circuit Simulation on a Parallel Microcomputer System.—«IEEE Proc. on CAS», 1976, p. 394—397.