ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕХНИКА

1979 Серия 10 Выпуск 1(13)

МИКРОЭЛЕКТРОННЫЕ УСТРОЙСТВА

МАШИННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

УДК 681.3.06 : 621.372.001.63

С. Г. Русаков

ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАКРОМОДЕЛЕЙ ДЛЯ МАШИННОГО РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ СХЕМ ПО ПОЛНЫМ МАТЕМАТИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ ПОДСХЕМ

Показана возможность автоматического формирования макромоделей для машинного расчета сложных электронных схем с применением аппарата многополюсных подсхем. Получены соотношения, определяющие уравнения макромоделей фрагментов больших схем по полным моделям их подсхем. Указаны преимущества одновременного использования макромоделей и метода подсхем при моделировании сложных схем.

Математическое моделирование электронных схем и систем высокой степени сложности вызвало интенсивные исследования, связанные с разработкой и применением электрических макромоделей типовых каскадов [1, 2]. Как правило, макромодели формируются в результате предварительных экспериментов [1]. Преимуществом макромоделирования является возможность дальнейшего оперативного анализа сложных систем, состоящих из типовых каскадов. Однако необходимость предварительных экспериментальных исследований и их трудоемкость ограничивают разработку макромоделей для ряда случаев, например, для расчета больших интегральных схем (БИС).

Это ограничение может быть снято при использовании формальных методов разработки макромоделей. Реализация такого подхода, т. е. автоматическое формирование макромоделей, является актуальной задачей машинного проектирвания. В настоящей работе рассмотрен способ формирования макромоделей по исходным полным математическим моделям с применением метода подсхем [3—7].

Под макромоделью, как правило, понимают уравнения, связывающие «вход» и «выход» рассматриваемой схемы или подсхемы. Таким образом, в общем случае задача заключается в формировании уравнений, т. е. вектор-функции

$$I = R(y, \dot{y}) \tag{1}$$

из полной математической модели рассматриваемой подсхемы

$$F(\dot{y}, y, \dot{x}, x) = 0, \tag{2}$$

$$I = H(\dot{y}, y, \dot{x}, x). \tag{3}$$

Здесь x и y — соответственно векторы внутренних и внешних переменных, характеризующих состояние подсхемы, например, векторы узловых потенциалов. В этом случае I — вектор полюсных токов, F — сумма токов в узлах. Размерности F и x соответствуют числу внутренних узлов n, а размерности I и y — числу внешних выводов v (полюсов подсхемы).

Обратим внимание, что применение метода многополюсных подсхем для формирования соотношений (1) естественно. Метод подсхем, развитый в ряде работ [3—7] для автоматизации электрического расчета больших схем, предполагает разбиение исходной системы высокой размерности на подсистемы с дальнейшим последовательным исключением внутренних переменных отдельных подсистем на каждом шаге интегрирования или итерационного процесса. Формирование макромодели (1) также сводится фактически к исключению внутренних переменных из систем (2), (3). Однако в последнем случае такое исключение должно осуществляться однократно с учетом режимов дальнейшего применения макромоделей.

Рассмотрим применение метода подсхем для формирования макромодели в виде вектор-функции (1) для линейного, нелинейного, статического, динамического случаев.

1. Статический режим линейной цепи. В этом случае нужно получить соотношение (1) в виде $I = \dfrac{dR}{\partial y} y$ или $I = G_{\text{экв}} y$ из математической модели

$$\frac{\partial F}{\partial x} x + \frac{\partial F}{\partial y} y = 0,$$

$$I = \frac{\partial H}{\partial y} y + \frac{\partial H}{\partial x} x.$$

Очевидно, что в данном случае макромодель полностью определяется матрицей $G_{\text{экв}}$ размерностью $[v \times v]$. Эта матрица легко вычисляется по известной методике исключения внутренних переменных метода подсхем [7]:

$$G_{\text{экв}} = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial x} \right]^{-1} \frac{\partial F}{\partial h} . \tag{4}$$

При дальнейших расчетах больших схем, непосредственно объединяющих многополюсные подсхемы, используются матрицы такого вида. Таким образом, в рассматриваемом случае процесс макромоделирования полностью совпадает с операциями метода подсхем.

2. Статический режим нелинейных цепей. В этом случае матрица $G_{\text{экв}}$ является функцией режима, т. е. зависит от y. Поэтому наиболее удобной формой представления макромодели является вектор-функция $I = R_{\text{ст}}(y)$.

Для исключения внутренних переменных x из уравнений «вход — выход» (3) в статическом случае нужно решать систему трансцендентных уравнений

$$F(x, y) = 0, \tag{5}$$

где вектор внешних переменных y выступает в качестве параметра.

Искомая вектор-функция $I = H(x(y), y)$ определяется в результате решения (5) при различных y. Функция $R_{\text{ст}}(y)$ или хранится в табличном виде (с дальнейшей интерполяцией при использовании) или аппроксимируется удобными функциональными зависимостями. Неопределенная матрица проводимостей $G_{\text{экв}}(y)$ или вычисляется одновременно с аналогичным (4) исключением внутренних переменных для каждого y, или получается непосредственным дифференцированием аппроксимированной зависимости $R_{\text{ст}}(y)$, что требует существтвнно меньших затрат памяти.

3. **Динамические макромодели для линейных схем.** Исходная математическая модель подсхемы (2), (3) в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\dot{x}+\frac{\partial F}{\partial x}x+\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\dot{y}+\frac{\partial F}{\partial y}y=0, \tag{6}$$

$$I=\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\dot{x}+\frac{\partial H}{\partial x}x+\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}\dot{y}+\frac{\partial H}{\partial y}y. \tag{7}$$

Рассмотрим формирование макромодели для частотного анализа — наиболее распространенного вида анализа линейных цепей. Перейдем к комплексной форме уравнений (6) и (7):

$$\left(p\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}+\frac{\partial F}{\partial x}\right)x+\left(p\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}+\frac{\partial F}{\partial y}\right)y=0,$$

$$I=\left(p\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}+\frac{\partial H}{\partial x}\right)x+\left(p\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}+\frac{\partial H}{\partial y}\right)y.$$

Здесь элементы в круглых скобках представляют собой комплексные проводимости (p — комплексная переменная).

Наиболее удобным для дальнейших расчетов является представление макромодели в виде комплексной матрицы $G_{\text{экв}}(p)$ размерностью $[v\times v]$ [7], где каждый элемент (действительная и мнимая части) аппроксимируется полиномами. По аналогии со статическим случаем (4) в результате исключения методом подсхем имеем следующий вид матрицы $G_{\text{кэв}}(p)$:

$$G_{\text{экв}}(p)=\left[\frac{\partial H}{\partial y}+p\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}\right]-\left[\frac{\partial H}{\partial x}+p\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\right]\left[\frac{\partial F}{\partial x}+p\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right]^{-1}\left[\frac{\partial F}{\partial y}+p\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right]. \tag{8}$$

Очевидно, что при $p=0$ получим совпадение с выражением (4).

Рассмотрим низкочастотное приближение ($|p|\to 0$) и поставим целью определить линейное приближение полиномов, аппроксимирующих элементы матрицы $G_{\text{экв}}$, т. е. вычислить коэффициенты матрицы вида $G_{\text{экв}}=B+pC$. Для этого используем, учитывая малость $|p|$, разложение в ряд с точностью до линейных членов обратной матрицы:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial y}+p\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\right]^{-1}\approx\left[\frac{\partial F}{\partial x}\right]^{-1}\left(E-p\left[\frac{\partial F}{\partial x}\right]^{-1}\left[\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right]+\ldots,\right. \tag{9}$$

где E — единичная матрица.

Подставляя результат разложения в исходную формулу (8), получим

$$G_{\text{эвк}}(p)=\left[\frac{\partial H}{\partial y}+p\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}\right]-\left[\frac{\partial H}{\partial x}+p\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\right]\left[\frac{\partial F}{\partial x}\right]^{-1}\times$$

$$\times\left[E-p\frac{\partial F^{-1}}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right]\left[\frac{\partial F}{\partial y}+p\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right]. \tag{10}$$

Выделяя далее свободные члены и коэффициенты при первой степени p, получим искомые выражения для B и C:

$$B=\frac{\partial H}{\partial y}-\frac{\partial H}{\partial x}\frac{\partial F^{-1}}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial y}, \tag{11}$$

$$C=\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}-\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\frac{\partial F^{-1}}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial y}-\frac{\partial H}{\partial x}\frac{\partial F^{-1}}{\partial x}\left[\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}-\frac{\partial F}{\partial y}\left[\frac{\partial F}{\partial x}\right]^{-1}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right]. \tag{12}$$

Совпадение выражений (11) и (4) естественно, так как матрица B отражает активную составляющую $G_{\text{экв}}$. Матрица C характеризует реактивную составляющую $G_{\text{экв}}$ (в случае метода узловых потенциалов имеет смысл матрицы емкостей).

Таким образом, выражения (11) и (12) определяют формулы пересчета при переходе от полной модели многополюсной подсхемы к макромодели, т. е. внешним (полюсным) характеристикам.

Качественное представление о частотном диапазоне применения такой макромодели может быть получено из условия, при котором справедливо соотношение (9):

$$\left\| p\,\frac{\partial F^{-1}}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right\| < 1. \tag{13}$$

В простейшем одномерном случае (например, исходная подсхема представляет собой RC-цепь) неравенство (13) приобретает вид и $RC<1$. Иначе говоря, в этом случае граница применения макромодели совпадает с верхней граничной частотой полосы пропускания таких цепей $\left(\omega_{\text{в}}=\frac{1}{\tau}=\frac{1}{RC}\right)$.

Следует отметить, что, используя старшие члены разложения (9) и соответствующие сомножители (8), легко вычислить матричные коэффициенты при старших степенях p для функции $G_{\text{экв}}(p)$. Следовательно, такой подход позволяет формировать макромодель подсхемы в соответствии с рабочим частотным диапазоном ее применения или, например, по заданной погрешности моделирования в заданном частотном диапазоне.

4. Формирование динамических макромоделей для нелинейных схем. По аналогии с предыдущим случаем будем искать упрощенную модель (макромодель) в виде:

$$I=R_{\text{ст}}(y)+C(y)\,\dot{y},$$

где первый член суммы представляет собой статическую модель, а второй определяет динамический вклад токов. Модель в таком виде наиболее удобна для дальнейшего применения в программах машинного расчета.

Способ формирования статической модели $R_{\text{ст}}(y)$ указан в п. 2. Задача заключается в определении элементов матрицы $C(y)$. Непосредственное исключение переменных x и $\dot{x}$ в этом случае невозможно. Воспользуемся формулой для вычисления матрицы полюсных емкостей методом подсхем [6]:

$$C=\frac{dH}{d\dot{y}}=\frac{\partial H}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \dot{y}}+\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{y}}+\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}. \tag{14}$$

Формула (14) фактически дает правило пересчета внутренних емкостей в полюсные.

Исключению внутренних переменных (и соответствующих дифференциальных уравнений (2)) при формировании характеристик «вход—выход» соответствует исключение внутренних реактивных элементов подсхемы и вычисление результирующей матрицы полюсных реактивностей $dH/d\dot{y}$. Следовательно, при макромоделировании в этом случае необходимой предпосылкой является относительная безынерционность внутренних переменных. Иначе говоря, можно считать, что внутренние переменные макромодели отслеживают изменение внешних, т. е. переменные x являются в каждый момент времени функциями только полюсных переменных $x = x(y)$, а производные $\dot{x}$ равны $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial y}\dot{y}$. Используем вытекающее отсюда условие

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{y}} = \frac{\partial x}{\partial y}. \tag{15}$$

Для определения матриц коэффициентов влияния в формуле (14) продифференцируем исходную систему (2) по параметру $\dot{y}$:

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = 0.$$

С учетом условия (15) имеем:

$$\frac{\partial x}{\partial \dot{y}} = -\left[\frac{\partial F}{\partial x}\right]^{-1}\left[\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right].$$

Подставив это значение в (14) и учитывая (15), получим окончательное выражение для матрицы C в виде:

$$C(y) = \left[\frac{\partial H}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\frac{\partial x}{\partial y}\right] + \left[\frac{\partial H}{\partial x}\right]\left[-\frac{\partial F}{\partial x}\right]^{-1}\left[\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right]. \tag{16}$$

Здесь все матрицы являются функциями переменных $x(y)$ и y.

Матрица коэффициентов влияния $\partial x/\partial y$ находится из статических уравнений одновременно с формированием функции $R_{\text{ст}}(y)$:

$$\frac{\partial x}{\partial y} = -\left[\frac{\partial F}{\partial x}\right]^{-1}\frac{\partial F}{\partial y}. \tag{17}$$

Отметим, что формула (16) вычисления элементов реактивной матрицы $C(y)$, полученная методом подсхем, полностью совпадает с аналогичным выражением, полученным ранее методом возмущений [8].

Достоинством приведенного способа формирования динамической макромодели можно считать фактическое сведение его к статической задаче, что снимает целый ряд трудностей, связанных с аппроксимацией во временной области.

Рассмотрев в качестве частного случая применения фоормулы (16) линейную систему, получим совпадение формул (12) и (16) для расчета реактивной матрицы многополюсника. Действительно, в этом случае матрица C не зависит от режима y, а с учетом значения $\partial x/\partial y$ из (17) легко от (16) перейти к выражению (12).

Этот вывод указывает на примерное совпадение точности и динамического диапазона макромоделей в обоих случаях формирования (действительно, упрощающие предпосылки практически совпадают).

С точки зрения возможностей повышения точности макромодели операциям увеличения степени полинома в последнем случае соответствует формальное введение в число полюсных одного или нескольких внутренних узлов. Порядок вычислений при формировании не меняется. Полученная в таком случае макромодель представляет собой подсхему, содержащую эти узлы в качестве внутренних. Сохранение в них реактивностей позволяет при необходимости более точно учесть инерционность соответствующих переменных.

Таким образом, понятие макромодели (упрощенной математической модели) может быть расширено, т. е. макромодель может представлять собой не только уравнения «вход — выход» многополюсника, но и собственно подсхему, размерность которой уменьшена по сравнению с исходной. Этот случай подтверждает тесную связь двух подходов расчета сложных схем — метода подсхем и макромоделирования.

Такая связь может быть полезной не только для формирования макромоделей, но и для собственно машинного расчета больших схем в случае совместного использования подсхем и макромоделей. Действительно, одновременное использование «упрощенных» (макромоделей) и «точных» (полных) моделей подсхем в программе машинного расчета может в наилучшей степени удовлетворять компромиссным соображениям заданной точности моделирования и малой трудоемкости вычислений. Возможны различные варианты организации вычислений при совместном использовании моделей разного уровня сложности как для машинного анализа, так и для оптимального расчета сложных электронных схем. В приложении приведены возможные схемы вычислений при моделировании статических и динамических режимов сложных схем с одновременным использованием подсхем и макромоделей.

Применение «упрощенных» моделей (макромоделей) в промежуточных вычислениях позволяет существенно сократить трудоемкость моделирования при сохранении результирующей погрешности, соответствующей методу подсхем, т. е. «точным» или полным математическим моделям подсхем.

Выводы

Предлагается для автоматического формирования макромоделей фрагментов БИС применять метод многополюсных подсхем. С его помощью из полных математических моделей получены необходимые для макромоделей соотношения для разных режимов, в том числе для вычисления матрицы емкостей динамических макромоделей. Рассмотренный подход позволяет формирование динамических макромоделей осуществить методами решения статических задач.

Связь метода подсхем и макромоделей обеспечивает переход к моделям разного уровня сложности при машинном расчете сложных схем с организованными по иерархическому принципу математическими моделями. В результате при погрешности моделирования, свойственной «точным» моделям, могут быть получены малые вычислительные затраты, характерные для макромоделей.

Приложение

Одновременное использование макромоделей и метода подсхем в процессе моделирования сложных схем.

Статический расчет

Применение макромоделей позволит в этом случае относительно быстро получить предварительное решение большой системы трансцендентных уравнений. Окончательное («уточненное») решение можно получить методом подсхем. Такой подход наиболее эффективен при наличии однородных подсхем, что, как правило, имеет место в цифровых БИС, так как меньшее количество макромоделей требует соответственно меньших предварительных затрат их формирования.

В целом процедура решения в этом случае включает следующие операции:

а) формирование макромоделей по уравнениям подсхем (см. п. 2) с аппроксимацией полюсных функций или их запоминанием в табличном виде;

б) решение системы трансцендентных уравнений низкого порядка, включающей на каждом шаге итерационного процесса автоматическое формирование уравнений по характеристикам макромоделей $I = R_{\text{ст}}(y)$;

в) решение исходной полной системы трансцендентных уравнений методом подсхем с выбором в качестве начального приближения итерационного процесса $y^{(0)}$ решения, полученного в п. б.

Расчет динамических характеристик

В рассматриваемой процедуре интегрирования предлагается для неявных методов применять сложный прогноз, а именно, использовать собственно процесс интегрирования упрощенной модели (макромодели). Коррекция же осуществляется по точной модели. Такой подход позволяет увеличить шаг интегрирования «точной» системы (так как «хорошая» аппроксимация исходной системы макромоделью приводит к «хорошему» прогнозу) и, как следствие, уменьшить трудоемкость вычислений при заданной погрешности интегрирования.

Пусть исходная система уравнений размерности $nF(x, \dot{x}, \dot{y}, y) = 0$ аппроксимируется макромоделью $R(\dot{y}, y) = 0$ размерности $v(v < n)$. Алгоритм интегрирования основной системы включает на k-м шаге следующие операции:

а) уточнение параметров аппроксимирующей макромодели из условия $R(\dot{y}^{(k)}, y^{(k)}) = 0$;

б) интегрирование уравнений макромодели на отрезке $[t^k, t^k+H]$, где H — шаг интегрирования основной системы;

в) выбор в качестве прогнозируемых на $k+1$ шаге значений полюсных переменных $\tilde{y}^{(k+1)}$ и $\tilde{\dot{y}}^{(k+1)}$ результатов интегрирования п. б.:

$$\tilde{y}^{(k+1)} = y(t^k + H); \qquad \tilde{\dot{y}}^{(k+1)} = \dot{y}(t^k + H);$$

г) определение прогнозируемых значений внутренних переменных $\tilde{x}$ и $\tilde{\dot{x}}$:

$$\tilde{x}^{(k+1)} = x^k + \dot{x}^{(k)}H + \frac{\partial x}{\partial y_{|x=x^k}} [\tilde{y}(t^k + H) - y(t^k)].$$

Значение $\tilde{x}^{(k+1)}$ может быть уточнено перед общей коррекцией с помощью, например, итерационной поправки из статических уравнений:

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Delta x = -F(\tilde{x}^{k+1}, \tilde{y}^{k+1}).$$

Одновременно вычисляется матрица производных $\partial x/\partial y$ из системы

$$\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0.$$

Прогноз производных $\dot{x}$ может быть проведен с использованием условия (15) формирования динамических макромоделей:

$$\tilde{\dot{x}}^{(k+1)} = \dot{x}^{(k)} + \frac{\partial x}{\partial y} \left[\dot{y}(t^k + H) - \dot{y}(t^k)\right];$$

д) определение корректирующих поправок интегрируемых переменных Δy и Δx полной системы и вычисление величины нового шага H^{k+1}. Далее все эти пункты повторяются.

Отметим, что при большой локальной ошибке величина шага уменьшается и приведенный алгоритм автоматически переходит в обычный алгоритм неявного интегрирования с простым прогнозом. В общем же случае применение описанного алгоритма, использующего упрощенные модели для прогноза, позволяет рассчитывать на малые временные затраты моделирования больших схем, характерные для макромоделей, и высокую точность, соответствующую методу подсхем, так как контроль погрешности интегрирования в этом случае осуществляется по «точной» модели подсхемы.

Статья поступила 10 марта 1978 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гринбаум Д. Р., Миллер. Модели цифровых ИС для машинного проектирования (обзор).— «Электроника», 1973, № 25, 26; 1974, № 2, 3.

2. Норенков И. П., Маничев В. Б., Жук Д. А. Математическое обеспечение задач получения и использования макромоделей.— «Известия вузов СССР. Радиоэлектроника», 1976, т. XIX, № 6, с. 118—119.

3. Петренко А. И., Елизаренко Г. И., Власов А. М. Анализ сложных схем методом разбиения с использованием принципов табличного представления уравнений.— «Известия вузов СССР. Радиоэлектроника», 1975, т. XVIII, № 6, с. 41—49.

4. Нагорный Л. Я. Метод подсхем для расчета на ЦВМ электрических цепей по матрице гибридных параметров.— «Известия вузов СССР. Радиоэлектроника», 1975, т. XVIII, № 6, с. 50—57.

5. Бахов В. А., Ильин В. П., Фролкин В. Т. Алгоритм расчета нелинейных схем методом подсхем с использованием итераций по Ньютону.— «Известия вузов СССР. Радиоэлектроника», 1974, т. XVII, № 6, с. 5—15.

6. Гурарий М. М., Ермак В. В., Зарудный Д. И., Русаков С. Г. Применение метода многополюсных подсхем в программах анализа электрических характеристик БИС.— «Управляющие системы и машины», 1973, № 5, с. 55—58.

7. Меррей-Лассо Н. А. Анализ линейных ИС на ЦВМ методом подсхем.— В кн.: «Машинный расчет ИС». Под ред. Д. Д. Герсковица. М., «Мир», 1971, с. 116—159.

8. Гурарий М. М., Русаков С. Г. Синтез макромоделей фрагментов БИС методом возмущений.— «Микроэлектроника», АН СССР, 1977, № 5, с. 406—409.