

**УПРАВЛЯЮЩИЕ
СИСТЕМЫ
И МАШИНЫ**

4, 1976

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ИЗДАТЕЛЬСТВО „НАУКОВА ДУМКА“, КИЕВ

М. М. Гурарий, С. Г. Русаков

МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ БОЛЬШИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ ПРИ ИЕРАРХИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Введение. Перспектива широкого внедрения больших интегральных схем (БИС) в технических системах требует решения задачи их оптимального проектирования, что связано с решением общей для больших систем проблемы оптимизации по многим переменным [1]. Естественным путем преодоления трудностей, связанных с большой размерностью, является разбиение совокупности независимых переменных на группы и последовательная минимизация целевой функции в каждой из этих групп. Такое разбиение целесообразно осуществлять в соответствии с методом моделирования исследуемой БИС.

В настоящей статье развивается подход, использующий при моделировании метод подсистем. Математическая модель исследуемой сложной системы БИС в этом случае представляется совокупностью взаимодействующих подсистем (подсхем) и является примером двухуровневого иерархического построения [1, 2].

Основные вычислительные затраты при оптимальном расчете БИС связаны с многократным обращением к ее полной математической модели, т. е. с решением систем уравнений высокого порядка. Ниже предлагается такая организация вычислительных процессов, которая исключает необходимость моделирования всей БИС на каждом шаге поиска и позволяет ограничиться моделированием только соответствующей подсхемы при минимизации по группе независимых параметров. Результатом является значительное снижение вычислительных затрат при оптимальном расчете параметров БИС.

Предлагаемый способ оптимизации использует преимущества разработанного авторами метода анализа электрических характеристик БИС, который благодаря автономности вычислительных процессов для каждой подсхемы позволяет ускорить процесс моделирования системы в целом.

Автономные вычислительные процессы при анализе электрических характеристик методом подсхем. В большинстве работ, рассматривающих метод подсхем применительно к машинному расчету сложных нелинейных электронных схем [3, 4], обсуждаются лишь формальные

методы решения по частям больших систем линейных уравнений. Эти системы получают линеаризацией уравнений модели анализируемой схемы на каждом шаге итерационного процесса или интегрирования. Недостатком такого подхода является одинаковое число итерационных шагов для всех подсхем независимо от степени нелинейности для статического случая и одинаковое число шагов интегрирования независимо от инерционности подсхем при моделировании динамических режимов. Этот недостаток удается преодолеть, применяя, например, более общий алгоритм [5], предусматривающий непосредственное разбиение на группы переменных первоначальной нелинейной системы.

Со схемотехнической точки зрения такое разбиение соответствует выделению внутренних переменных подсхем X_i и полюсных (внешних относительно подсхем) переменных Y и представлению математической модели всей схемы в виде совокупности систем трансцендентных (для статического случая) уравнений:

$$F(Y, \alpha) = 0; \quad (1)$$

$$G_i(X_i, y_i, \alpha_i) = 0. \quad (2)$$

Здесь y_i — компонента вектора Y ($i=1, \dots, N$, где N — число подсхем); α — вектор оптимизируемых параметров компонент. Система (1) описывает взаимодействие подсхем в рамках большой схемы, а системы (2) моделируют работу отдельных подсхем (нижний уровень иерархии).

Матрицы $F(Y^{(k)})$ и $\left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)^{(k)}$, необходимые на

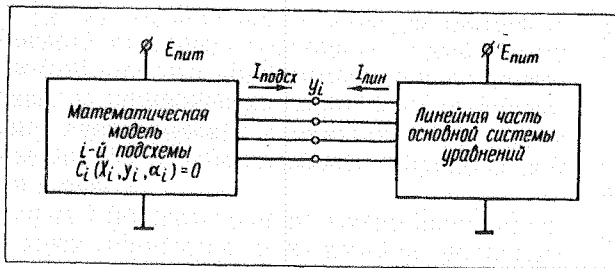
k -м итерационном шаге решения системы (1) при использовании методов ньютоновского типа, в этом случае формируются автоматически по окончании итерационного процесса решения систем (2) для каждой подсхемы [5]. Вектор F определяется по полюсным токам I (в случае метода узловых потенциалов) каждой подсхемы, а для определения соответствующих i -й подсхеме компонент матрицы $\frac{\partial F}{\partial Y}$ решаются системы линейных уравнений

$$\frac{\partial G_i}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial y_i} + \frac{\partial G_i}{\partial y_i} = 0 \quad (3)$$

относительно $\frac{\partial X_i}{\partial y_i}$, после чего искомые компоненты определяются выражением

$$\frac{dI_i}{dy_i} = \frac{\partial I_i}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial y_i} + \frac{\partial I_i}{\partial y_i}. \quad (4)$$

Отметим, что такая методика моделирования сложных нелинейных схем в отличие от методик, приведенных в [3, 4], обеспечивает неза-



Моделируемые блоки БИС при организации автономных итерационных процессов для подсхем.

висимость итерационных процессов расчета каждой подсхемы, иначе говоря, число итераций для каждой из них может быть различно и определяется степенью нелинейности их характеристик. Критерием окончания итерационных процессов внутри подсхем служит уменьшение норм невязки систем (2), которую целесообразно задавать на каждом шаге итераций согласованно с уменьшением нормы невязки системы (1). Принцип согласованного уменьшения нормы невязки обеспечивает координацию вычислительных процессов для достижения их наибольшей эффективности.

Данный алгоритм, в отличие от алгоритмов [3, 4], не требует запоминания матриц, эквивалентных $\frac{\partial X_i}{\partial Y_i}$, что значительно сокращает объемы памяти. Отметим также, что если ограничиться только одной итерацией для систем (2) на каждом итерационном шаге решения (1) (с использованием производных $\frac{\partial X_i}{\partial Y_i}$ для вычисления соответствующей поправки), мы получим совпадение с алгоритмами [3, 4]. Таким образом, описанный алгоритм решения больших систем трансцендентных уравнений можно рассматривать как более общий по сравнению с [3, 4].

Аналогичные результаты, обеспечивающие независимость интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающих работу отдельных подсхем, могут быть получены при моделировании БИС во временной области. Применение методов расчета коэффициентов влияния внутренних переменных подсхем по ее полюсным переменным [5] позволяет выбирать шаг интегрирования каждой подсхемы в соответствии с характером переходных процессов именно этой подсхемы. В результате снимаются ограничения, накладываемые «быстрыми» подсхемами на величину шага интегрирования в «медленных» подсхемах и в анализируемой системе в целом, что справедливо при использовании формальных методов решения больших линейных систем [4].

Автономное интегрирование систем ОДУ различных подсхем в соответствии с реальными физическими процес-

сами позволяет значительно ускорить моделирование динамических режимов работы БИС. Если установить для схемы в целом и для подсхем в каждый момент времени один и тот же шаг интегрирования, то по аналогии со статикой мы автоматически имеем совпадение алгоритма [5] с алгоритмами [3, 4].

Организация автономных вычислительных процессов для подсхем с учетом изменения полюсных переменных. Алгоритм [5] предполагает организацию итерационной процедуры решения систем (2) для каждой подсхемы при фиксированном векторе Y полюсных переменных системы (1). Дальнейшей модификацией алгоритма [5] является учет в линейризованной форме изменения вектора Y при изменении вектора внутренних переменных состояния отдельных подсхем X_i . Для этого предлагается моделировать взаимодействие этой подсхемы и схемы, которая соответствует линейризованной основной системе (1) при удалении из нее i -й подсхемы (см. рисунок).

Такое удаление эквивалентно выделению из вектора Y составляющей y , соответствующей потенциалам в узлах, непосредственно присоединенных к подсхеме. Таким образом, получаем следующее разбиение на части вектора Y , вектора правых частей F и матрицы производных $\frac{\partial F}{\partial Y}$:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{\text{лин}} \\ y \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} F_{\text{лин}} \\ F_y \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial Y_{\text{лин}}} & \frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial y} \\ \frac{\partial F_y}{\partial Y_{\text{лин}}} & \frac{\partial F_y}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

Вектор F_y представляет собой сумму токов подсхемы $I_{\text{подсх}}$ и линейризованной большой системы $I_{\text{лин}}^*$:

$$F_y = I_{\text{подсх}}(X, y) + I_{\text{лин}}(Y_{\text{лин}}, y). \quad (6)$$

Итак, оставляя выбранную подсхему в качестве нелинейной части и линейризуя остальную схему, получаем для моделируемой схемы систему уравнений относительно переменных $X, Y_{\text{лин}}, y$. Исключив из нее $Y_{\text{лин}}$, переходим к системе:

$$G(X, y) = 0:$$

$$\frac{dI_{\text{лин}}}{dy}(y - \tilde{y}) + I_{\text{лин}}(\tilde{Y}_{\text{лин}}, \tilde{y}) + I_{\text{подсх}}(X, y) = 0. \quad (7)$$

* Так как разбиение (5) соответствует i -й подсхеме, все переменные, приводимые ниже, должны, строго говоря, иметь индекс i (в частности, $X_i, y, Y_{\text{лин}i}$ и т. д.). Индексы в дальнейшем опускаются для упрощения записи.

Здесь $\frac{dI_{\text{лин}}}{dy}$ — матрица проводимостей линеаризованной части схемы относительно ее выводов, подключенных к рассматриваемой подсхеме:

$$\frac{dI_{\text{лин}}}{dy} = - \frac{\partial I_{\text{лин}}}{\partial Y_{\text{лин}}} \left(\frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial Y_{\text{лин}}} \right)^{-1} \frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial y} - \frac{\partial I_{\text{лин}}}{\partial y}. \quad (8)$$

В системе (7) $\tilde{Y}_{\text{лин}}$ и \tilde{y} — значения узловых потенциалов после расчета предыдущей подсхемы. Зависимость $Y_{\text{лин}}$ от y определяется выражением

$$Y_{\text{лин}} - \tilde{Y}_{\text{лин}} = - \left(\frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial Y_{\text{лин}}} \right)^{-1} \frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial y} (y - \tilde{y}). \quad (9)$$

Таким образом, для моделирования взаимодействия нелинейной подсхемы и линеаризованной схемы достаточно решить систему нелинейных уравнений (7) порядка $p+v$, где p — порядок системы (2), описывающей подсхему, а v — число ее выводов.

Укажем последовательность основных этапов при реализации данного алгоритма:

1. Выбор начального приближения переменных Y_0, X_i^0 .

2. Формирование вектора F и матрицы $\frac{\partial F}{\partial Y}$ в соответствии с алгоритмом [5] для итерационной процедуры.

3. Вычисление ньютоновской поправки ΔY и текущих значений $\tilde{Y}_{\text{лин}}$ и \tilde{y} .

4. Для выбранной подсхемы из матрицы проводимостей выделяются матрицы $\frac{\partial I_{\text{лин}}}{\partial Y_{\text{лин}}}$, $\frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial Y_{\text{лин}}}$,

$\frac{\partial F_{\text{лин}}}{\partial y}$, $\frac{\partial I_{\text{лин}}}{\partial y}$, а из вектора токов выделяется вектор $I_{\text{лин}}$.

Вычисляется матрица $\frac{dI_{\text{лин}}}{dy}$ по формуле (8).

5. Решение расширенной системы (7), моделирующей рассматриваемую подсхему.

Критерий окончания итерационного процесса для подсхемы, как указывалось выше, устанавливается в соответствии с принципом согласованного уменьшения нормы невязки.

6. Найденное значение Y принимается за текущее $Y_{\text{лин}}$. Корректируются значения F и $\frac{\partial F_y}{\partial y}$

с учетом вновь найденных значений $I_{\text{подсх}}$, $\frac{\partial I_{\text{подсх}}}{\partial y}$.

7. Осуществляется переход к следующей подсхеме и повторяются пп. 4—5.

8. Пункты 2—6 повторяются до выполнения условия окончания итерационного процесса для системы (1).

Таким образом, данный алгоритм при сохранении автономности моделирования подсистем позволяет в ходе автономных итерационных процессов учесть влияние изменения внутренних переменных подсистемы на переменные состояния всей системы в целом. Результатом является дополнительное (по сравнению с алгоритмом [5]) сокращение временных затрат моделирования. Кроме того, ускорение расчета может быть получено за счет установления порядка обращения к подсистемам в соответствии со скоростью изменения их переменных в ходе итерационного процесса. Наконец, алгоритм моделирования с организацией автономных вычислительных процессов создает предпосылки для оптимального расчета больших схем.

Оптимальный расчет БИС при автономном моделировании подсхем. Задача оптимального расчета параметров компонентов БИС формулируется следующим образом (статический случай): найти минимум целевой функции $I(Y, \alpha)$ при ограничениях $Z(Y, \alpha) \geq 0$ для сложной системы уравнений, построенной по принципу двухуровневой иерархии и состоящей из системы (1), описывающей работу всей схемы, и систем (2), моделирующих работу подсхем*.

Традиционные методы поиска экстремума требуют вычисления на каждом шаге минимизации целевой функции I и ее производных $\partial I / \partial \alpha$. Для больших схем размерность вектора α может быть очень большой. Вычисление целевой функции связано с обращением к полной математической модели. Значительные вычислительные затраты в этом случае являются основной проблемой оптимального расчета.

Применение описанного алгоритма моделирования БИС позволяет реализовать идею автономной (последовательной по каждой из подсхем) минимизации целевой функции I . Для вычисления целевой функции используется математическая модель схемы (рисунок), предложенная в предыдущем разделе. Благодаря автономному представлению моделей подсхем можно организовать поиск минимума I по группе переменных α_i (параметры компонентов отдельных подсхем), не обращая при этом к математической модели всей схемы. В цикле оптимизации по параметрам i -й подсхемы минимизируется функция

$$J \left(\bar{Y}_{\text{лин}} + \frac{\partial Y_{\text{лин}}}{\partial y} (y(\alpha_i) - \bar{y}), y, \alpha_i \right) \quad (10)$$

* В общем случае в целевую функцию J и в ограничения Z могут входить компоненты векторов X_i . Дополнительных трудностей решение задачи в этом случае не вызывает; мы не рассматриваем такой случай для упрощения записи.

при ограничениях

$$Z \left(\bar{Y}_{\text{лин}} + \frac{\partial Y_{\text{лин}}}{\partial y} (y(\alpha_i) - y), \bar{y}, \alpha_i \right) \geq 0, \quad (11)$$

где $\bar{Y}_{\text{лин}}$ и \bar{y}_i — компоненты вектора переменных состояния Y системы (1), соответствующего начальному значению вектора α для цикла оптимизации внутри одной подсхемы; $y(\alpha)$ определяется системой (7) (см. рисунок), а $\frac{\partial Y_{\text{лин}}}{\partial y}$ из формулы (9).

Необходимые при поиске экстремума производные целевой функции J ограничений Z определяются следующим образом:

$$\frac{dJ}{d\alpha_i} = \left(\frac{\partial J}{\partial Y_{\text{лин}}} \frac{\partial Y_{\text{лин}}}{\partial y} + \frac{\partial J}{\partial y} \right) \frac{\partial y}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial J}{\partial \alpha_i},$$

$$\frac{dZ}{d\alpha_i} = \left(\frac{\partial Z}{\partial Y_{\text{лин}}} \frac{\partial Y_{\text{лин}}}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \frac{\partial y}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial Z}{\partial \alpha_i}. \quad (12)$$

Коэффициенты влияния $\frac{\partial y}{\partial \alpha_i}$ и $\frac{\partial X}{\partial \alpha_i}$ легко вычисляются по окончании итерационного процесса решения системы (7) для i -й подсхемы:

$$\frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial G}{\partial \alpha_i} = 0;$$

$$\frac{\partial I_{\text{лин}}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial I_{\text{подсх}}}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \alpha_i} +$$

$$+ \frac{\partial I_{\text{подсх}}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial I_{\text{подсх}}}{\partial \alpha_i} = 0. \quad (13)$$

Отметим, что все матрицы коэффициентов системы (13) при использовании квазиньютоновских методов для решения системы (7) уже известны.

Перечислим основные этапы оптимального расчета параметров БИС (для статического случая) при автономной организации вычислительных процессов.

1. Для начального приближения вектора оптимизируемых параметров α^0 решаются системы (1) и (2) методом подсхем в автономном варианте. Вычисляется значение целевой функции $J(Y, \alpha^0)$. Запоминается матрица проводимостей $\frac{\partial F}{\partial Y}$.

2. Фиксируется начальное приближение α для цикла оптимизации внутри i -й подсхемы (на i -м шаге для i -й подсхемы в качестве α принимается α^0).

3. Решается расширенная система (7), моделирующая взаимодействие i -й подсхемы с линейной частью большой схемы.

4. Вычисляются коэффициенты влияния $\frac{\partial X}{\partial \alpha_i}$ и $\frac{\partial y}{\partial \alpha_i}$ из уравнений (13) и соответствующие

им значения производных $\frac{\partial I}{\partial \alpha_i}$ и $\frac{\partial Z}{\partial \alpha_i}$ по формулам (12).

5. Осуществляется поиск минимума целевой функции (10) при ограничениях (11) для рассматриваемой подсхемы с выбором величины шага $\Delta \alpha_i$ с повторением пп. 3, 4* (локальный цикл оптимизации для i -й подсхемы).

6. Вычисляется значение $\frac{dI_{\text{подсх}}}{dy}$, соответствующее α^1 , и корректируются значения блоков $\frac{\partial F_y}{\partial y}$ и F в соответствии с новыми значениями $Y_{\text{лин}}$ и y .

7. Осуществляется переход к следующей подсхеме и повторяются пп. 2—6. Минимизация целевой функции для каждой подсхемы проводится в соответствии с указанным выше принципом согласованного уменьшения нормы невязки.

8. Для новых значений α^1 повторяются пп. 1—7.

Найденные X_i^1 и Y^1 являются начальными приближениями итерационных процессов. Полный цикл оптимизации завершен.

Таким образом, предлагаемый метод позволяет заменить процесс оптимизации большой системы последовательностью процессов оптимального расчета подсистем с учетом изменения состояния всей системы. Эффективность предлагаемого метода определяется тем, что автономность процесса минимизации отдельных подсхем позволяет значительно уменьшить число циклов анализа по сравнению с полным анализом схемы на каждом этапе минимизации.

Заключение. В данной работе показаны преимущества реализации метода подсхем с автономными итерационными процессами перед формальными методами решения по частям больших систем линейных уравнений для анализа электрических характеристик БИС.

Организация автономных вычислительных процессов в рамках общего итерационного процесса позволяет учесть различную степень нелинейности или инерционности подсхем и, как следствие, получить ускорение процесса моделирования больших схем.

* Для поиска экстремума могут быть использованы хорошо исследованные методы поиска, учитывающие специфику оптимального расчета электронных схем (см., например, [6—8]). Предлагаемый алгоритм не вносит никаких дополнительных ограничений на применение этих методов. В этих же работах обсуждаются вопросы выбора целевой функции Y и определения ограничений Z .

Предложен алгоритм, учитывающий при автономной организации итерационных процессов внутри подсхем изменение полюсных переменных.

Предложен метод оптимального расчета параметров БИС с автономной для подсхем организацией вычислительных процессов. Такой метод при минимизации целевой функции по группе независимых переменных предполагает моделирование только одной подсхемы, соответствующей этой группе. В результате уменьшается суммарное число циклов анализа всех подсхем и значительно сокращаются вычислительные затраты. Существенно уменьшается время оптимального расчета БИС, а также в связи с понижением размерности задачи оптимизации значительно уменьшаются требования к оперативной памяти ЦВМ.

Применение предлагаемого алгоритма в программах с автоматическим формированием уравнений модели позволит практически решить задачу оптимального расчета БИС с большим числом переменных оптимизации. Его применение перспективно также при использовании машинных комплексов для целей проектирования БИС. Организация автономных вычислительных процессов делает возможным в этом случае одновременный параллельный поиск оптимальных параметров для различных подсхем. Предлагаемый метод оптимизации применим для расчета систем различной физической природы.

Л и т е р а т у р а

1. Моисеев Н. Н. Элементы теории оптимальных систем. М., «Наука», 1975.
2. Месарович М., Мако Д., Такохара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М., «Мир», 1973.
3. Крон Г. Исследование сложных систем по частям. Послесловие редактора. М., «Наука», 1972.
4. Бахов В. А., Ильин В. Н., Фролкин В. Т. Алгоритм расчета нелинейных схем методом подсхем с использованием итераций по Ньютону.— «Известия вузов СССР. Радиоэлектроника», 1974, т. 17, № 6.
5. Гурарий М. М., Ермак В. В., Зарудный Д. М., Русаков С. Г. Применение метода многополюсных подсхем в программах анализа электрических характеристик БИС.— УСнМ, 1973, № 5.
6. Темеш Г., Калахан Д. Машинная оптимизация электрических цепей. Обзор.— ТИИЭР, 1967, т. 55, № 11.
7. Норенков И. П., Иванов С. Г., Мулярчик С. Г. Алгоритм расчета электронных схем на ЭЦВМ.— «Известия вузов СССР. Радиоэлектроника», 1972, т. XV, № 3.
8. Зарудный Д. И., Хотянов Б. М., Шилин В. А. Задачи оптимального расчета интегральных схем и методы их решения на ЭЦВМ.— «Микроэлектроника АН СССР», 1974, т. 3, № 3.
9. Брайтон Р., Густавсон Ф., Хэтчел Г. Новый эффективный алгоритм решения алгебраических систем дифференциальных уравнений.— ТИИЭР, 1972, т. 60, № 1.

Поступила в редакцию 20.X 1975
(после доработки — 10.III 1976)