УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ И МАШИНЫ

5, 1973

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ИЗДАТЕЛЬСТВО „НАУКОВА ДУМКА", КИЕВ

М. М. Гурарий, В. В. Ермак, Д. И. Зарудный, С. Г. Русаков

УДК 681.3.01 : 51

Применение метода многополюсных подсхем в программах анализа электрических характеристик больших интегральных схем

Совершенствование технологических методов изготовления интегральных схем, позволяющее повысить уровень их интеграции, приводит к увеличению доли больших интегральных схем (БИС) в общем объеме производства полупроводниковых ИС. Переход к БИС связан с существенным усложнением схемных конфигураций, анализ которых может быть выполнен только с применением ЭЦВМ. Перед разработчиками программ машинного анализа схем возникают принципиально новые задачи, так как расчет БИС по сравнению со схемами среднего уровня интеграции требует значительных объемов памяти и более высокого быстродействия ЦВМ.

Эти задачи могут быть решены на современных ЦВМ при использовании метода многополюсных подсхем [1]. В настоящей статье описывается алгоритм моделирования электрических характеристик нелинейных многокомпонентных схем, базирующийся на многополюсном представлении отдельных участков схемы и позволяющий автоматически формировать уравнения, описывающие как работу таких подсхем, так и всей схемы. В результате применения данного алгоритма в программах анализа интегральных схем сокращаются требуемые объемы памяти и затраты машинного времени, а также упрощается описание математической модели всей схемы.

Представление моделей компонентов схемы в программах анализа нелинейными многополюсниками (вместо замещения их двухполюсными элементами) исключает традиционные построения дерева графа [2]. Автоматическое составление уравнений в этом случае сводится к автоматическому формированию на каждом итерационном шаге матриц, непосредственно участвующих в вычислительном процессе. При описании модели схемы методом узловых потенциалов исходная информация для автоматического формирования задается только целочисленной матрицей межсоединений компонентов. Если в процессе вычислений матрицы, соответствующие как всей схеме, так и подсхемам, формируются автоматически, то можно говорить о полной автоматизации составления математической модели схемы.

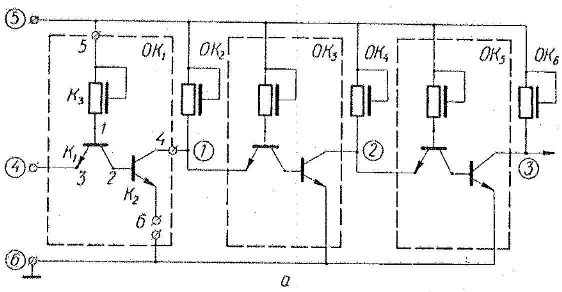
В статье рассмотрены вопросы построения математической модели схемы при автоматическом составлении моделей многополюсных подсхем. При расчете нелинейных схем обычно используются матрицы производных по переменным состояния схемы [1, 2]. Для автоматического формирования этих матриц в работе применяются методы расчета коэффициентов влияния по переменным, определяющим режимы работы подсхем.

Рассмотрим общую последовательность вычислительных шагов для формирования нужных матриц (на примере расчета статических режимов). Пусть система уравнений

$$G(X,\ X_{вн}) = 0 \qquad (1)$$

описывает статический режим работы подсхемы или схемы методом узловых потенциалов. Здесь G — вектор узловых токов, X — вектор узловых потенциалов, $X_{вн}$ — вектор потенциалов на полюсах подсхемы или схемы.

Если система уравнений (1) решается одним из методов ньютоновского типа, то на каждом шаге итерационного процесса требуется формировать матрицы узловых токов G и проводимостей $\frac{\partial G}{\partial X}$. Эти матрицы получаются в результате последовательного обращения к моделям компонентов следующим образом. С помощью матрицы межсоединений M (пример матрицы M показан на рис. 1, б, где каждый элемент m_{ij} представляет собой номер узла, к которому подключен j-й вывод i-го компонента) на выводах данного компонента задается



а

2	3	1
4	6	2
1	5	5

б

4	1	5	6
1	5	5	0
1	2	5	6
2	5	5	0
2	3	5	6
3	5	5	0

в

Рис. 1

вектор напряжений. По вектору напряжений в блоке модели компонента вычисляются токи через выводы и их производные по напряжениям на выводах. Далее, с помощью той же матрицы M вычисленные значения используются в формировании соответствующих им элементов матриц G и $\frac{\partial G}{\partial X}$.

Та же последовательность при формировании матриц сохраняется и для большой схемы, но при этом в роли компонента выступает уже многополюсная подсхема, которую в дальнейшем будем называть обобщенным компонентом (ОК). Пусть для расчета статического режима сложной схемы итерационным методом ньютоновского типа решается система трансцендентных уравнений

$$F(Y) = 0, \tag{2}$$

где Y — вектор узловых потенциалов размерности N (потенциалов во внешних по отношению к каждому из ОК узлах). Простейший пример разбиения схемы на ОК приведен на рис. 1, *а*.

На каждом итерационном шаге для схемы также необходимо вычислять матрицы узловых токов F и производных $\frac{\partial F}{\partial Y}$. Эти матрицы при автоматизированном расчете схемы формируются аналогично матрицам G и $\frac{\partial G}{\partial X}$, т. е. необходимо знать токи через полюса подсхем и их производные по напряжениям на полюсах. Так, для последовательной схемы типа регистра, содержащей $N+1$ одинаковых ОК (рис. 2), после обращения к одному из ОК (например, ОК$_2$) требуется найти величины:

$$I_1,\ I_2,\ \frac{\partial I_1}{\partial y_1},\ \frac{\partial I_1}{\partial y_2},\ \frac{\partial I_2}{\partial y_1},\ \frac{\partial I_2}{\partial y_2}.$$

Вектор токов I через выводы ОК находится в результате решения системы трансцендентных уравнений (1), описывающих модель ОК. Компоненты матрицы производных $\frac{\partial F}{\partial Y}$, соответствующие данному ОК, определяются выражением

$$\frac{dI}{dy} = \frac{\partial I}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial y}. \tag{3}$$

Матрица коэффициентов влияния $\frac{\partial X}{\partial y}$ получается из решения матричной системы линейных уравнений после окончания итерационного процесса решения системы (1):

$$\frac{\partial G}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0. \tag{4}$$

Следует отметить, что матрица узловых проводимостей обобщенного компонента $\frac{\partial G}{\partial X}$ уже известна, так как она вычисляется на каждом шаге итерационного процесса решения системы (1); матрица проводимостей $\frac{\partial G}{\partial y}$ формируется одновременно с $\frac{\partial G}{\partial X}$. Таким образом, после обращения ко всем обобщенным компонентам без существенных дополнительных вычислительных затрат будут найдены все элементы матриц

$$F(Y^{(k)}),\quad \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)^{(k)}$$

и может быть определено следующее приближение $Y^{(k+1)}$. Исходная информация о принципиальной схеме задается, как уже указывалось, матрицами межсоединений M_k для обобщенных компонентов ($k=1, 2, \ldots, p$, где p — число различных по конфигурации ОК) и матрицей межсоединений S для всей схемы. Элемент S_{ij} матрицы представляет собой номер узла схемы, к которому подключен j-й вывод i-го ОК. Пример матриц M и S для схемы (рис. 1, *а*) представлен на рис. 1, *б* и 1, *в*. Указанный способ автоматического формирования матриц узловых токов и проводимостей как для всей схемы, так и для ее подсхем означает по существу автоматическое составление уравнений состояния сложной схемы при автоматическом составлении моделей входящих в нее ОК.

Алгоритм расчета статических режимов методом узловых потенциалов при автоматическом составлении

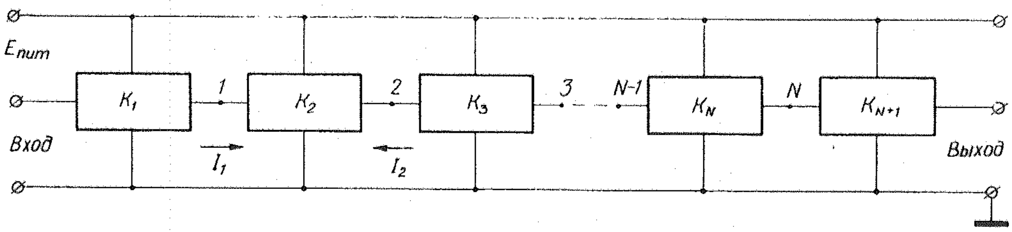


Рис. 2

моделей обобщенных компонентов выглядит следующим образом:

1. На k-м шаге итераций $Y^{(k)}$ определяет значения напряжений на выводах всех ОК в соответствии с матрицей межсоединений S для всей схемы.

2. Решается система уравнений (1) для первого обобщенного компонента $ОК_1$ при фиксированном векторе $X_{вн}^{(k)}$, причем формирование матриц G_1 $(X, X_{вн})$ и $\dfrac{\partial G_1}{\partial X}$ производится в соответствии с матрицей межсоединений M_1ОК данного типа.

3. Вычисляются значения токов I через выводы обобщенного компонента $ОК_1$ и производные токов по напряжениям в соответствии с (3). Вычисленные значения в соответствии с матрицей S включаются в элементы матриц F и $\dfrac{\partial F}{\partial Y}$.

4. Пункты 1—3 повторяются для всех обобщенных компонентов. В результате формируются матрицы

$$F\left(Y^{(k)}\right) \text{ и } \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)^{(k)}.$$

5. С их помощью вычисляется следующее приближение $Y^{(k+1)}$ и повторяются пункты 1—5.

Такой подход делает реальным моделирование БИС, так как значительно сокращаются требуемые объемы памяти и временные затраты.

Следствием полной автоматизации составления уравнений для анализа БИС является простота описания математической модели всей схемы, особенно в тех случаях, когда в них можно выделять однотипные ОК, что часто имеет место в БИС. В последнем случае получаем дополнительный выигрыш в памяти за счет уменьшения размеров матриц межсоединений (примеры схем на рис. 1, 2).

Оценить выигрыш в памяти, например, для схемы на рис. 2 можно из следующих соображений. Если бы мы не выделяли типовые участки, нам нужно было бы решать систему трансцендентных уравнений порядка

$$N1 = l\,(N+1) + N. \qquad (5)$$

где l — число внутренних узлов в ОК. С учетом того, что объем требуемой памяти ЭВМ определяется в основном квадратной матрицей проводимостей, экономия памяти при разбиении схем на подсхемы определяется разностью

$$N1^2 - N^2 - l^2 = l^2N^2 + 2l^2N + 2N^2l + 2lN. \qquad (6)$$

Следует также указать, что можно не проводить для решения (1) весь итерационный процесс, а делать лишь одну итерацию

$$X^{(k)} = \widetilde{X}^{(k)} + \Delta X^{(k)}, \qquad (7)$$

после чего вычислять $\dfrac{\partial G}{\partial X}$, $\dfrac{\partial G}{\partial y}$ и затем $\dfrac{\partial X}{\partial y}$ для (3), беря в качестве начального приближения для итерации при $Y^{(k+1)}$ или

$$\widetilde{X}^{(k+1)} = X^{(k)}$$

$$\widetilde{X}^{(k+1)} = X^{(k)} + \frac{\partial X}{\partial y}\,\Delta y^{(k)}.$$

Оценить изменение времени машинного счета в результате разбиения БИС на составные компоненты можно путем сравнения вычислительных затрат на решение систем линейных уравнений на каждом итерационном шаге. В последнем случае решаются $N+1$ система порядка l и одна система N-го порядка (для схемы на рис. 2). Если бы подсхемы не выделялись, то на каждом шаге итерации необходимо было бы решать линейную систему порядка $N1$. Число мультипликативных операций в этом случае пропорционально примерно $\dfrac{1}{3}N1^3$. Учитывая (5), можно получить, что число операций типа умножения на каждом шаге итерационного процесса уменьшается примерно на $\dfrac{1}{3}\,l^3N^3$.

Для расчета динамических режимов необходимо решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$F(\dot{Y},\ Y,\ t) = 0, \qquad (8)$$

где F — система уравнений, описывающая модель всей схемы; Y — вектор потенциалов в узлах ОК; $\dot{Y}$ — вектор производных Y по времени; t — время.

Способ построения математической модели схемы при автоматизации составления моделей ОК аналогичен описанному способу для статического режима. Элементы требуемых для расчета матриц, соответствующие внешним по отношению к ОК узлам (всей схеме), автоматически определяются через вычисленные значения во внутренних узлах ОК (узлах многополюсных подсхем).

Некоторые особенности расчета переходных процессов показаны на примере неявных методов интегрирования системы уравнений (8), описанных в [3, 4]. В этом случае нужно на каждом шаге вычислять F, а также матрицы $\frac{\partial F}{\partial Y}$ и $\frac{\partial F}{\partial \dot{Y}}$. Вычисление F принципиально не отличается от статического случая. Матрицы $\frac{\partial F}{\partial Y}$ и $\frac{\partial F}{\partial \dot{Y}}$ формируются после обращения к обобщенным компонентам из элементов $\frac{\partial I}{\partial y}$ и $\frac{\partial I}{\partial \dot{y}}$ (I — токи через выводы обобщенного компонента), которые, в свою очередь, определяются следующим образом:

$$\frac{dI}{dy} = \frac{\partial I}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial \dot{X}} \cdot \frac{\partial \dot{X}}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial y}; \quad (9)$$

$$\frac{dI}{d\dot{y}} = \frac{\partial I}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial I}{\partial \dot{X}} \cdot \frac{\partial \dot{X}}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial I}{\partial \dot{y}}. \quad (10)$$

Здесь X — по-прежнему вектор узловых потенциалов на внутренних узлах составного компонента, а $\dot{X}$ — производные по времени на этих узлах. Отсюда видно, что нужно уметь вычислять матрицы $\frac{\partial X}{\partial y}, \frac{\partial \dot{X}}{\partial y}, \frac{\partial X}{\partial \dot{y}}$ и $\frac{\partial \dot{X}}{\partial \dot{y}}$. Эти производные находятся при решении уравнений, полученных дифференцированием системы:

$$G_j(\dot{X}, X, \dot{X}_{вн}, X_{вн}, t) = 0, \quad (11)$$

описывающей модель j-го ОК (в вектор $X_{вн}$ входят, как и прежде, компоненты вектора Y, обозначенные y):

$$\frac{\partial G}{\partial \dot{X}} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right) + \frac{\partial G}{\partial X}\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right) + \frac{\partial G}{\partial y} = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \dot{X}} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial X}{\partial \dot{y}}\right) + \frac{\partial G}{\partial X}\left(\frac{\partial X}{\partial \dot{y}}\right) + \frac{\partial G}{\partial \dot{y}} = 0. \quad (13)$$

Эти дифференциальные уравнения интегрируются одновременно с (11), так как при решении (11), (12), (13) используются одинаковые матрицы коэффициентов $\frac{\partial G}{\partial X}$ и $\frac{\partial G}{\partial \dot{X}}$. Начальные условия для интегрирования систем (12) и (13) выбираются из соображений, что $\dot{X}=0$ при $t=0$. Тогда, дифференцируя систему (11), получим

$$\frac{\partial G}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0, \quad (14)$$

откуда находится $\frac{\partial X}{\partial y}$. Аналогично из системы

$$\frac{\partial G}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial G}{\partial \dot{y}} = 0 \quad (15)$$

определяется $\frac{\partial X}{\partial \dot{y}}$ в момент $t=0$.

Таким образом, алгоритм интегрирования (8) выглядит следующим образом:

1. Прогноз

$$\left.\begin{aligned} &\widetilde{Y}^{(k+1)} = Y^{(k)} + h\dot{Y}^{(k)} \quad \widetilde{\dot{Y}}^{(k+1)} = \dot{Y}^{(k)} \\ &\widetilde{X}^{(k+1)} = X^{(k)} + h\dot{X}^{(k)} \quad \widetilde{\dot{X}}^{(k+1)} = \dot{X}^{(k)}. \end{aligned}\right| \quad (16)$$

Здесь h — выбранный шаг. Одновременно по таким же формулам прогнозируется значение независимых переменных и их производных для систем (12) и (13).

2. Вычисление матриц

$$G(\dot{X}, X, t_j), \quad \frac{\partial G}{\partial X}, \quad \frac{\partial G}{\partial \dot{X}}, \quad \frac{\partial G}{\partial y}, \quad \frac{\partial G}{\partial \dot{y}}.$$

Следует иметь в виду, что матриц G столько, сколько обобщенных компонентов. Здесь указана одна для упрощения записи.

3. Коррекция по внутренним узлам ОК:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial X} + \frac{\partial G}{\partial \dot{X}} h\right) \Delta \dot{X} = -G(\widetilde{\dot{X}}, \widetilde{X}, t_j). \quad (17)$$

Здесь Δ означает искомую поправку.

Одновременно вычисляются поправки

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\left(\frac{d}{dt}\,\frac{\partial X}{\partial y}\right) \text{ и } \Delta\left(\frac{d}{dt}\,\frac{\partial X}{\partial \dot{y}}\right). \\ &\dot{X}^{(k+1)} = \widetilde{\dot{X}}^{(k+1)} + \Delta; \; X^{(k+1)} = \widetilde{X}^{(k+1)} + h\Delta. \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Аналогично определяются скорректированные значения

$$\left(\frac{d}{dt}\,\frac{\partial X}{\partial y}\right)^{(k+1)}, \quad \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)^{(k+1)},$$

$$\left(\frac{d}{dt}\,\frac{\partial x}{\partial \dot{y}}\right)^{(k+1)}, \quad \left(\frac{\partial X}{\partial \dot{y}}\right)^{(k+1)}.$$

4. Формирование матриц $\frac{\partial F}{\partial Y}$ и $\frac{\partial F}{\partial \dot{Y}}$ по формулам (9) и (10).

5. Коррекция по внешним для обобщенных компонентов узлам (производится аналогично формулам (17) и (18).

Литература

1. *В. М. Бондаренко,* Вопросы анализа нелинейных цепей, изд-во «Наукова думка», К., 1967.
2. *В. П. Сигорский, А. И. Петренко,* Алгоритмы анализа электронных схем, изд-во «Техніка», К., 1970.
3. *Брайтон, Густавсоон, Хэтчел,* Новый эффективный алгоритм решения алгебраических систем дифференциальных уравнений, ТИИЭР, т. 60, № 1, 1972.
4. *М. М. Гурарий, Д. И. Зарудный,* Моделирование на ЭЦВМ динамических режимов переключательных интегральных схем.— В сб. «Электронная техника», серия VI. Микроэлектроника, 1971, 5.

Поступила в редакцию 23. V 1973