АКАДЕМИЯ НАУК ЛАТВИЙСКОЙ ССР

АВТОМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

1973

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК • ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЗИНАТНЕ» • РИГА

АВТОМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, 1973, 1, 83—85

УДК 621.382.8 : 681.3.004

М. М. Гурарий, Д. И. Зарудный, С. Г. Русаков

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ЭЦВМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМАХ

Рассмотрена задача математического моделирования нелинейных периодических процессов в интегральных переключательных схемах. Периодические решения получаются при решении на ЭЦВМ нелинейной краевой задачи. Предлагается алгоритм расчета нелинейных периодических процессов, не требующий больших вычислительных затрат и ориентированный на применение в программах анализа интегральных схем с автоматическим составлением уравнений. Ил. 1, библиогр. 3.

Общая тенденция повышения быстродействия проектируемых устройств автоматики и вычислительной техники требует более точной оценки динамических характеристик электронных схем. В настоящее время машинный анализ динамических режимов переключательных схем обычно включает расчет реакции схемы на одиночный входной импульс. В ряде случаев, когда моделируемая схема предназначена для работы в устройствах с высокой частотой переключения при значительных динамических смещениях уровней напряжений, такой анализ не может дать точной оценки поведения схемы в системе. Моделирование реакции схемы на последовательность входных испульсов для учета динамических смещений приводит к значительным затратам машинного времени, так как обычно заранее неизвестно, сколько импульсов нужно для получения установившегося режима. Кроме того, расчет переходного процесса даже для одного входного импульса при достаточно сложной схеме требует много машинного времени.

В настоящей статье рассмотрена задача математического моделирования нелинейных периодических процессов в переключательных схемах, которая сводится к решению на ЭЦВМ нелинейной краевой задачи.

Задача моделирования периодических процессов возникает, например, при определении максимальной частоты работы триггерных схем, при проектировании ячеек памяти, при анализе схем динамического типа. Определение периодических решений может быть использовано и при моделировании установившихся режимов нелинейных генераторных схем.

Для получения периодического решения необходимо совместно решать следующую систему:

$$F(\dot{X},\ X,\ t)=0 \quad (1a); \qquad X(0)-X(T)=0 \quad (1б).$$

Здесь F — система дифференциальных уравнений, представляющая математическую модель схемы; $X(t)$ — искомая вектор-функция переменных, определяющих состояние схемы; T — период. В дальнейшем под вектором X будем понимать вектор узловых потенциалов.

Задача интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1*a*) на отрезке $[0,\ T]$ при условии (1*б*) представляет собой нелинейную краевую задачу. Применение разностных методов для ее решения приводит к системе нелинейных уравнений с очень большим числом неизвестных, решение которой любым известным способом чрезвычайно трудоемко и требует большого объема памяти ЭЦВМ. В рассматриваемом случае наиболее целесообразно применять метод сведения краевой задачи к задаче Коши [1]. Этот метод приводит к решению системы нелинейных уравнений (1*б*) относительно вектора $X(0)$, причем на каждом шаге итерационного процесса вектор $X(T)$ находится решением задачи Коши с соответствующими начальными условиями.

Если моделируются периодические процессы в логических схемах, величина периода T известна и совпадает с периодом входных импульсов. Ниже рассмотрен алгоритм решения задачи (1) именно для этого случая. Если же система уравнений (1) описывает автоколебательный процесс, то величина периода T является неизвестной, и тогда при решении системы уравнений (1*б*) фиксируется начальное значение напряжения одного из узлов $x_i(0)$.

Применение такого подхода предъявляет высокие требования к методу интегрирования системы (1*a*), в первую очередь к его устойчивости и затратам машинного времени. Таким требованиям удовлетворяет, в частности, метод, описанный в работе [3]. Основанный на применении неявных разностных формул интегрирования и решении разностных уравнений методом Ньютона [2], он учитывает специфику интегральных схем — большой разброс постоянных времени в схеме — и легко сочетается с алгоритмами автоматического составления уравнений.

При существовании решения задачи Коши на отрезке $[0, T]$ задача (1) имеет столько же решений, сколько система (1*б*).

Кратко рассмотрим некоторые возможные способы решения системы (1*б*).

Метод простой итерации [2] наиболее легко реализуется, так как он не требует вычисления производной $\frac{\partial X(T)}{\partial X(0)}$. Итерационная формула для него в нашем случае имеет вид:

$$X(0)^{(k+1)}=X(T,\ X(0)^{(k)}), \tag{2}$$

а условие окончания итерационного процесса:

$$\|X(0)^{(k+1)}-X(0)^{(k)}\|<\varepsilon, \tag{3}$$

где ε — заданная точность.

Применение такого алгоритма приводит к решению задачи Коши столько раз, сколько входных импульсов поступает до установления стационарного периодического процесса. В качестве начального приближения можно выбрать вектор, соответствующий статическому режиму.

Однако ввиду медленной сходимости этот метод можно использовать лишь тогда, когда начальное приближение $X(0)^{(0)}$ достаточно близко к решению и задача Коши решается быстро. Метод простой итерации может быть применен также в случае, если разработчика интересует не только установившийся процесс, но и переход к нему из другого состояния схемы.

Наиболее часто применяемый для решения систем нелинейных уравнений метод Ньютона требует меньшего количества шагов, но в этом случае необходимо вычислять производную вектора $X(T)$ по начальным условиям $\frac{\partial X(T)}{\partial X(0)}$.

Представление производной в виде разностей [1]

$$\frac{\partial X(T)}{\partial X(0)}=\frac{X(T,\ X(0))-X(T,\ \tilde{X}(0))}{X(0)-\tilde{X}(0)} \tag{4}$$

требует на каждом шаге решать задачу Коши $(n+1)$ раз (здесь n — размерность вектора X), что приведет к большим затратам машинного времени. Поэтому предлагается матрицу производных $\frac{\partial X(T)}{\partial X(0)}$ находить из решения систем уравнений в вариациях:

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{X}}\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{dXt}{\partial X(0)}\right)+\frac{\partial F}{\partial X}\left(\frac{dXt'}{\partial X(0)}\right)=0. \tag{5}$$

Применение метода интегрирования [3] позволяет решать систему (5) одновремено с системой (1*а*), так как для их решения используются одни и те же матрицы $\frac{\partial F}{\partial X}$ и $\frac{\partial F}{\partial \dot{X}}$. Этот факт обеспечивает возможность определения производной $\frac{\partial X(T)}{\partial X(0)}$ за один процесс интегрирования без существенного увеличения времени вычислений по сравнению с интегрированием системы (1*а*). Кроме того, упрощается автоматическое составление уравнений в вариациях и, следовательно, автоматизация всего процесса получения периодического решения.

Начальное условие для решения матричного уравнения (5) задается единичной матрицей E.

Благодаря одновременному вычислению значений вектора $X(T)$ и матрицы производных $\frac{\partial X(T)}{\partial X(0)}$ (рис. 1) описываемый алгоритм оказывается наиболее эффективным для решения поставленной задачи с точки зрения вычислительных затрат по сравнению с другими численными методами решения нелинейных краевых задач [1].

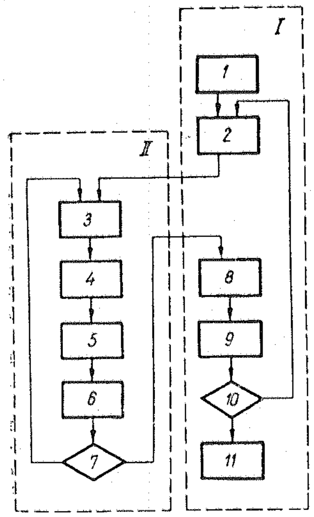

Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета периодических процессов в интегральных схемах (содержание отдельных блоков раскрыто в приложении).

На базе описанного алгоритма составлена программа анализа периодических процессов в схемах произвольной конфигурации. Построение программы осуществлялось с учетом специфических особенностей интегральных схем.

Приложение. Блок-схема алгоритма (рис. 1).

В блоке *I* осуществляется решение системы нелинейных уравнений (1*б*). В блоке *II* интегрируются системы дифференциальных уравнений (1*а*) и (5). Эти блоки состоят из следующих основных этапов.

1. Задание начального приближения $X(0)^{(0)}$.
2. Вычисление начальных условий для интегрирования системы (1*а*): $X(0)^{(k+1)}=X(0)^{(k)}+\Delta X(0)^{(k)}$.
3. Обращение к моделям компонентов.
4. Вычисление матриц $\frac{\partial F}{\partial X}$, $\frac{\partial F}{\partial \dot{X}}$, $F(\dot{X}, X, t_j)$.
5. Определение $X(t_j)$, $\left.\frac{\partial X(t)}{\partial X(0)}\right|_{t=t_j}$.
6. Выбор шага интегрирования Δt_j.
7. Проверка условия окончания процесса интегрирования $(t_j=T)$.
8. Вычисление матриц для решения системы (1*б*) методом Ньютона $[X(0)-X(T)]$ и $\left[\frac{\partial X(T)}{\partial X(0)}-E\right]^{(k)}$.
9. Определение приращения $\Delta X(0)$.
10. Проверка условия окончания итерационного процесса.
11. Окончание расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шаманский В. Е.* Методы численного решения краевых задач на ЭЦВМ, **2**. Киев, Изд-во АН УССР, 1966.
2. *Березин И. С., Жидков Н. П.* Методы вычислений, **1**. М., Физматгиз, 1968.
3. *Гурарий М. М., Зарудный Д. И.* Моделирование на ЭЦВМ динамических режимов переключательных схем. — Электронная техника, **6**, Микроэлектроника, 1971, 5.

Поступила в редакцию
3 IV 1972 (24 XII 1971)